

МАТЕМАТИКА
МАТЕМАТИКА
MATHEMATICSDOI 10.51885/1561-4212_2023_4_362
MPHTI 27.35.17**Н.М. Темирбеков¹, А.К. Тураров²**¹Национальная инженерная академия Республики Казахстан, г. Алматы, Казахстан
E-mail: temirbekov@rambler.ru*²НАО «Восточно-Казахстанский технический университет имени Д. Серикбаева»,
г. Усть-Каменогорск, Казахстан
E-mail: t010183@gmail.com**ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ МОДЕЛИ ГАЗЛИФТНОГО ПРОЦЕССА
НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ФАЗ****ФАЗАЛЫҚ ШЕКАРАДАҒЫ ГАЗЛИФТ ҮРДІСІ МОДЕЛІНІҢ САНДЫҚ ШЕШІМІ****NUMERICAL SOLUTION OF THE GAS LIFT PROCESS MODEL
AT THE INTERFACE OF PHASES**

Аннотация. В газлифтных скважинах рассматривается движение газа и газожидкостных смесей. Выполнено численное моделирование одномерной модели процесса газлифта, и движение в трубе описывается дифференциальным уравнением в частных производных гиперболического типа. На границе раздела фаз образуется контактный разрыв, поэтому был разработан разностные схемы в неравномерной сетке. Результаты работы предложенного алгоритма описаны на примере одной нефтяной скважины.

Ключевые слова: газожидкость, сетка, фаз, граница, схема Лакса-Вендроффа, газлифт.

Аңдатпа. Газлифт ұңғымаларында газ бен газ-сұйық қоспалардың қозғалысы қарастырылады. Газлифт процесінің бір өлшемді моделінің сандық модельдеуі орындалды және құбырдағы қозғалыс гиперболалық типтің ішінара туындыларындағы дифференциалдық теңдеумен сипатталады. Фазалық интерфейсте байланыс үзілісі пайда болады, сондықтан біркелкі емес торда айырымдық схемалары жасалды. Ұсынылған алгоритмнің нәтижелері бір мұнай ұңғымасының мысалында сипатталған.

Түйін сөздер: газ-сұйықтық, тор, фаза, шекара, Лакс-Вендрофф схемасы, газлифт.

Abstract. In gas lift wells, the movement of gas and gas-liquid mixtures is considered. Numerical simulation of a one-dimensional model of the gas lift process is performed, and the movement in the pipe is described by a partial differential equation of hyperbolic type. A contact gap is formed at the interface of the phases, therefore, difference schemes in an uneven grid were developed. The results of the proposed algorithm are described on the example of one oil well.

Keywords: gas-liquid, lattice, phase, boundary, lax-Wendroff scheme, gas lift.

Введение. В данной работе была разработана математическая модель газлифтного задач и рассмотрена одномерная модель газлифтной скважины, в которой предполагается, что поток в кольце и скважине двухфазный и изотермический. Изучение процессов разработки месторождений имеет большое практическое значение в нефтегазовой отрасли, поскольку необходимо совершенствовать методы увеличения

добычи. Математическому моделированию этих процессов посвящено очень большое количество работ [1], [3]-[5], [7] – [9], [16], [17]. Модель описывает исследуемый процесс и состоит из уравнений движения, уравнений непрерывности и термодинамического состояния, концентрации и гидростатического сопротивления. На границе раздела фаз задаются соответствующие условия для давления, скорости и концентрации, чтобы получить формулу, которая явно определяет плотность жидкой фазы. Они используют уравнения неустойчивого баланса массы, импульса и энергии для жидкой и газообразной фаз. Основная трудность заключается в наличии несоответствий в распределении плотности в трубе. Для этой цели на основе экспериментальных данных была выбрана непрерывная функция газосодержания.

Особенностью этой задачи является то, что на границе раздела фаз образуется контактный разрыв, что приводит к колебаниям численного решения. Поэтому в нашей работе задача состоит в том, чтобы создать алгоритм численного решения, учитывающий эту характеристику. Во-вторых, необходимо более детально изучить поведение потока на границах раздела фаз. В нашей работе это достигается за счет утолщения (сгущение) сетки вблизи этих областей.

Разработка модели на границах разрыва.

Рассмотрим модель и систему уравнений, которое описывается движение в скважинах [2], [6], [10], [18] - [21], [24].

Уравнение движения

$$\begin{aligned} & \varphi \rho^g \frac{dv^g}{dt} + (1 - \varphi) \rho^k \frac{dv^k}{dt} = \\ & = - \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\lambda_c}{2 \cdot d_r} (\varphi \rho^g v^g |v^g| + (1 - \varphi) \rho^k v^k |v^k|) + (\varphi \rho^g + (1 - \varphi) \rho^k) g \sin \theta. \end{aligned} \tag{1}$$

Уравнения непрерывности

$$\frac{\partial \varphi \rho^g}{\partial t} + \frac{\partial \varphi \rho^g v^g}{\partial z} = 0, \tag{2}$$

$$\frac{\partial (1 - \varphi) \rho^k}{\partial t} + \frac{\partial (1 - \varphi) \rho^k v^k}{\partial z} = 0. \tag{3}$$

Термодинамические уравнения состояния

$$\begin{cases} \text{для газа:} & p = \rho^g RT / M, \\ \text{для жидкости:} & p = p_0 + \frac{1}{\beta} \left(\frac{\rho^k}{\rho_0^k} - 1 \right). \end{cases} \tag{4}$$

Уравнение концентрации

$$\varphi(z, t) = (z, t) = \begin{cases} b, & 0 \leq z \leq z_1 - \varepsilon, \\ \frac{b+a}{2} - \frac{b-a}{2} th R_\varphi(z-z_1), & z_1 - \varepsilon \leq z \leq z_1 + \varepsilon, \\ a, & z_1 + \varepsilon \leq z \leq z_2 - \varepsilon, \\ \frac{b_1+a}{2} + \frac{b_1-a}{2} th R_\varphi(z-z_2), & z_2 - \varepsilon \leq z \leq z_2 + \varepsilon, \\ b_1, & z_2 + \varepsilon \leq z \leq z_3 - \varepsilon, \\ \frac{b_1+a}{2} - \frac{b_1-a}{2} th R_\varphi(z-z_3), & |z-z_3| \leq \varepsilon, \\ a, & z_3 + \varepsilon \leq z \leq z_4 - \varepsilon, \\ \frac{b+a}{2} + \frac{b-a}{2} th R_\varphi(z-z_4), & |z-z_4| \leq \varepsilon, \\ b, & z_4 + \varepsilon \leq z \leq L, \end{cases} \tag{5}$$

где $b = 1$, $a = 0$, $b_1 = \frac{0.83v^g - v^k}{v^g - v^k}$, $th z$ - гиперболический тангенс; ε - малый значение (параметр), $z_k = z_k(t)$ - функция времени, фазовых сечений на границе.

Уравнение гидравлического сопротивления

$$\lambda_c = \lambda_c(p, \rho^g, \rho^j, v^g, v^j, \varphi, \mu). \quad (6)$$

где t – время, z – координата на длина скважины, φ – истинное объемное содержание фазы, ρ^g – плотность газа, ρ^j – плотность жидкости, p – давление, v_g – средняя скорость газовой фазы, v^j – средняя скорость жидкой фазы, λ_c – коэффициент гидравлического сопротивления, d_g – гидравлический диаметр канала, g – ускорение свободного падения, θ – угол наклона ствола скважины, R – универсальная газовая постоянная, T – абсолютная температура, M – молярная масса, p_0 – начальное давление жидкости, ρ_0^j – плотность, соответствующая начальному давлению, β – коэффициент сжимаемости жидкости, μ – коэффициент динамической вязкости.

Уравнение (1) с учетом (2), (3) также можно записать в дивергентной форме

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\varphi \rho^g v^g + (1 - \varphi) \rho^j v^j) + \frac{\partial}{\partial z}(\varphi \rho^g (v^g)^2 + (1 - \varphi) \rho^j (v^j)^2) = \\ & = -\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\lambda_c}{2 \cdot d_g}(\varphi \rho^g v^g |v^g| + (1 - \varphi) \rho^j v^j |v^j|) + (\varphi \rho^g + (1 - \varphi) \rho^j) g \sin \theta. \end{aligned} \quad (7)$$

Динамическая вязкость

$$\mu = \varphi \mu^g + (1 - \varphi) \mu^j. \quad (8)$$

Кoeffициент α определяется как

$$\alpha = \frac{Q^g}{Q^g + Q^j}, \quad (9)$$

где Q^g , Q^j – скорости потока газа и жидкости.

F^g , F^j – сечения трубы, которое занимает газ и жидкость. Скорости газа и жидкости по скорости выражаются формулой

$$Q^g = v^g F^g, \quad Q^j = v^j F^j \quad (10)$$

Если подставим (10) в (9) и разделим числитель и знаменатель на F , обращая во внимание, что $\varphi = \frac{F^g}{F}$, $1 - \varphi = \frac{F^j}{F}$, то получим

$$\alpha = \frac{\varphi v^g}{\varphi v^g + (1 - \varphi) v^j}. \quad (11)$$

Уравнения (1) - (6) в подобластях 1-5 решаются следующими начальными и граничными условиями:

$$\rho_g(z, 0) = \psi_\rho(z), \quad p(z, 0) = \psi_p(z), \quad v_g(z, 0) = \psi_v(z), \quad \text{при } 0 \leq L \quad (12)$$

$$\rho_g(0, t) = \rho(0, 0), \quad v_g(0, t) = v(0, 0), \quad p(0, t) = p(0, 0), \quad \text{при } z = 0, \quad 1 \leq t \leq T, \quad (13)$$

$$\rho_g(L, t) = \rho(L, 0), \quad v_g(L, t) = v(L, 0), \quad p(L, t) = p(L, 0), \quad \text{при } z = L, \quad 1 \leq t \leq T, \quad (14)$$

где функции $\psi_\rho(z)$, $\psi_p(z)$, $\psi_v(z)$ заданы в подобластях в зависимости от фазы среды.

Уравнения (1) - (4) выражают общую форму соотношений, связывающих параметры по обе стороны разделения фаз (гидродинамические разрывы) и скорость их расширения. Следовательно, на границах фазовых сечений выполняются следующие соотношения Гюгонио.

$$m = \rho^\Gamma(v^\Gamma - D) = \rho^{ж}(v^{ж} - D), \quad (15)$$

$$\rho^\Gamma(v^\Gamma)^2 + p^\Gamma = \rho^{ж}(v^{ж})^2 + p^{ж}, \quad (16)$$

где $D(t)$ – скорость перемещения фазовых границ.

Поскольку на границах фазовых разделов имеется контактный разрыв, и имеем $\bar{m} = 0$. В физическом смысле ρ^Γ и $\rho^{ж}$ отличны от нуля, а равенство $m = 0$ может быть выполнено только в том случае, если $\rho^\Gamma = \rho^{ж} = D(t)$.

Итак, нормальная составляющая давления скорости газа или жидкости [22] должно быть непрерывным на поверхности контакта, разрывы

$$[\varphi]_{z=z_k} = 0, \quad [p]_{z=z_k} = 0, \quad [v]_{z=z_k} = 0, \quad k = 1, 2, 3, 4. \quad (17)$$

На границе $z = z_1$ газа и жидкости у нас есть две формулы для давления

$$p(z_k - 0, t) = \frac{\rho_\Gamma(z_k - 0, t)RT}{M}, \quad p(z_k + 0, t) = p_0 + \frac{1}{\beta} \left(\frac{\rho^{ж}(z_k + 0, t)}{\rho_0^{ж}} - 1 \right).$$

Приравнивая эти уравнения для плотности жидкости, мы получаем формулу

$$\rho^{ж}(z_k + 0, t) = \rho_0^{ж} + \rho_0^{ж}\beta \left(\frac{\rho^\Gamma(z_k - 0, t)RT}{M} - p_0 \right). \quad (18)$$

Построение разностной схемы

Для численного решения начально-краевой задачи мы определяем неравномерную сетку в следующем виде:

$$W_h = \{z_j = jh_j, \quad j = 0, 1, \dots, N_1, \quad h_j N_1 = L\},$$

$$W_\tau = \{t_i = i\tau, \quad i = 0, 1, \dots, N_2, \quad \tau N_2 = T\},$$

где τ и h – шаги вычисленной решетки в t и z соответственно.

Метод интегрирования-интерполяции используется для построения схемы, которая приближается к дифференциальным уравнениям (1) - (6) [12] – [15]. Нелинейные члены аппроксимируются с помощью схемы против потока.

Аналог уравнения движения

$$\begin{aligned} & \frac{\varphi_{j,i+1}\rho_{j,i+1}^\Gamma v_{j,i+1}^\Gamma + (1 - \varphi_{j,i+1})\rho_{j,i+1}^{ж} v_{j,i+1}^{ж}}{\tau} - \frac{\varphi_{j,i}\rho_{j,i}^\Gamma v_{j,i}^\Gamma + (1 - \varphi_{j,i})\rho_{j,i}^{ж} v_{j,i}^{ж}}{\tau} + \frac{p_{j+1,i} - p_{j,i}}{h_j} = \\ & = -\varphi_{j,i}\rho_{j,i}^\Gamma \left[\frac{1}{2h_j} (v_{j,i}^\Gamma + |v_{j,i}^\Gamma|)(v_{j,i}^\Gamma - v_{j-1,i}^\Gamma) + \frac{1}{2h_j} (v_{j,i}^\Gamma - |v_{j,i}^\Gamma|)(v_{j+1,i}^\Gamma - v_{j,i}^\Gamma) \right] - \\ & - (1 - \varphi_{j,i})\rho_{j,i}^{ж} \left[\frac{1}{2h_j} (v_{j,i}^{ж} + |v_{j,i}^{ж}|)(v_{j,i}^{ж} - v_{j-1,i}^{ж}) + \frac{1}{2h_j} (v_{j,i}^{ж} - |v_{j,i}^{ж}|)(v_{j+1,i}^{ж} - v_{j,i}^{ж}) \right] - \\ & - \frac{\lambda_{j,i}}{2 \cdot d_r} (\varphi_{j,i}\rho_{j,i}^\Gamma v_{j,i}^\Gamma |v_{j,i}^\Gamma| + (1 - \varphi_{j,i})\rho_{j,i}^{ж} v_{j,i}^{ж} |v_{j,i}^{ж}|) + (\varphi_{j,i}\rho_{j,i}^\Gamma + (1 - \varphi_{j,i})\rho_{j,i}^{ж}) g \sin \alpha, \\ & j = 1, 2, \dots, N_1 - 1; \quad i = 1, 2, \dots, N_2. \end{aligned} \quad (19)$$

Уравнение неразрывности газа

$$\frac{\varphi_{j,i+1}\rho_{j,i+1}^\Gamma - \varphi_{j,i}\rho_{j,i}^\Gamma}{\tau} + \frac{1}{2h_j} [(v_{j,i}^\Gamma + |v_{j,i}^\Gamma|)(\varphi_{j,i}\rho_{j,i}^\Gamma - \varphi_{j-1,i}\rho_{j-1,i}^\Gamma) + \quad (20)$$

$$+(v_{j,i}^\Gamma - |v_{j,i}^\Gamma|)(\varphi_{j+1,i}\rho_{j+1,i}^\Gamma - \varphi_{j,i}\rho_{j,i}^\Gamma)] + \frac{v_{j,i}^\Gamma}{h_j}(f_{i+\frac{1}{2},i} - f_{i-\frac{1}{2},i}) = 0,$$

где $f_{i+\frac{1}{2},i} = \psi(r_j) \left(1 - \frac{\tau|v_{j,i}^\Gamma|}{h_j}\right) (\varphi_{j+1,i}\rho_{j+1,i}^\Gamma - \varphi_{j,i}\rho_{j,i}^\Gamma)$, $j = 1, 2, \dots, N_1 - 1$; $i = 1, 2, \dots, N_2$.

Уравнение неразрывности жидкости

$$\frac{(1 - \varphi_{j,i+1})\rho_{j,i+1}^\kappa - (1 - \varphi_{j,i})\rho_{j,i}^\kappa}{\tau} + \frac{1}{2h_j} [(v_{j,i}^\kappa + |v_{j,i}^\kappa|)((1 - \varphi_{j,i})\rho_{j,i}^\kappa - (1 - \varphi_{j-1,i})\rho_{j-1,i}^\kappa) + (v_{j,i}^\kappa - |v_{j,i}^\kappa|)((1 - \varphi_{j+1,i})\rho_{j+1,i}^\kappa - (1 - \varphi_{j,i})\rho_{j,i}^\kappa)] + \frac{v_{j,i}^\kappa}{h_j}(f_{i+\frac{1}{2},i} - f_{i-\frac{1}{2},i}) = 0, \tag{21}$$

где $f_{i+\frac{1}{2},i} = \psi(r_j) \left(1 - \frac{\tau|v_{j,i}^\kappa|}{h_j}\right) ((1 - \varphi_{j+1,i})\rho_{j+1,i}^\kappa - (1 - \varphi_{j,i})\rho_{j,i}^\kappa)$, $j = 1, 2, \dots, N_1 - 1$; $i = 1, 2, \dots, N_2$.

Ограничитель (Limiter) схемы TVD (Total Variation diminution) выбирается следующим образом

$$0 < \psi(r_j) \leq \min(2r_j, 2), r_j > 0, \quad \psi(r_j) = 0, r_j \leq 0,$$

где $r_j = \frac{\rho_{j,i}^Y - \rho_{j-1,i}^Y}{\rho_{j+1,i}^Y - \rho_{j,i}^Y}$, $j = 1, 2, \dots, N_1 - 1$; $i = 1, 2, \dots, N_2$ $\gamma = \Gamma, \kappa$.

Давление газа определим с помощью формулы

$$p_{j,i+1} = \frac{\rho_{j+1,i}^\Gamma RT}{M}. \tag{22}$$

Давление жидкости

$$p_{j,i+1} = p_0 + \frac{1}{\beta} \left(\frac{\rho_{j,i+1}^\kappa}{\rho_0^\kappa} - 1\right). \tag{23}$$

Поскольку в модели (19) число неизвестных $v_{j,i+1}^\Gamma$, $v_{j,i+1}^\kappa$ больше, чем число уравнений, следовательно, необходимы замыкающие соотношения. Для распределенного потокового агента используется следующее соотношение скоростей газа и жидкости.

$$v_{j,i+1}^\Gamma(0,83 - \varphi_{j,i+1}) = (1 - \varphi_{j,i+1})v_{j,i+1}^\kappa, \tag{24}$$

гидравлический сопротивления определяется

$$\lambda_{j,i} = \frac{64}{Re_{j,i}}, \tag{25}$$

где число Рейнольдса определяется по формуле

$$Re_{j,i} = \frac{LV}{\mu_{j,i}}. \tag{26}$$

В задаче (19) - (25) используется неравномерная сетка [23], с шагами $h_j, j = 0, 1, \dots, N_1$. Неравномерная сетка утолщается на границе подобластей. Утолщение сетки осуществляется с использованием формул зависимостей $z_k = z_k(q, t)$.

$$z_k(q, t) = a_k(q - q_{n_k})^3 + b_k(q - q_{n_k})^2 + c_k(q - q_{n_k}) + d_k, k = 1, 2, 3, 4, \tag{27}$$

где q – координатная ось на дорожке $[0; 1]$, из которой отображается отрезок $[0; 2]$ координатной оси z ; кроме того, вдоль оси q строится равномерная сетка, которая соответствует неравномерной сетке вдоль оси z ; n_k – граница из фазовых сечений; a_k, b_k, c_k, d_k – коэффициенты кубической параболы.

Шаг неравномерной сетки определяется как $h_j = z_k(q_j, t) - z_k(q_{j-1}, t)$,

где $j = n_k - n_\varepsilon, n_k - n_\varepsilon + 1, \dots, n_k + n_\varepsilon, n_\varepsilon = \left\lceil \frac{\varepsilon}{h_q} \right\rceil, h_q = \frac{1}{N_1}$ – шаг равномерная сетка в q .

Скорость ГЖС рассчитывается по формуле

$$v_{j,i+1}^{CM} = \varphi_{j,i} v_{j,i+1}^r + (1 - \varphi_{j,i}) v_{j,i+1}^k, \quad (28)$$

$$j = n_2 + 1, n_2 + 2, \dots, n_3 - 1, \quad i = 0, 1, \dots, N_2.$$

Границы фазовых сечений z_k сдвигаются с шагом по времени на величину $\Delta l_k = v_{n_k,i} \cdot \tau$, где $k = 1, 2, 3, 4$.

Количество узлов сети, соответствующих границам фазовых участков (рис1), определяется так

$$n_k = n_k + \left\lceil \frac{\Delta l_k}{h_j} \right\rceil.$$

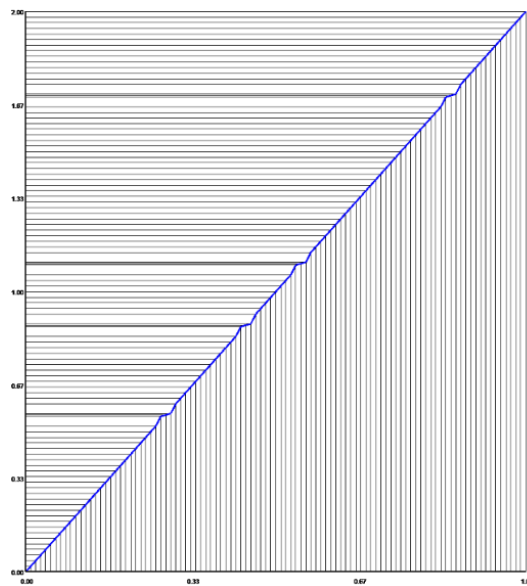
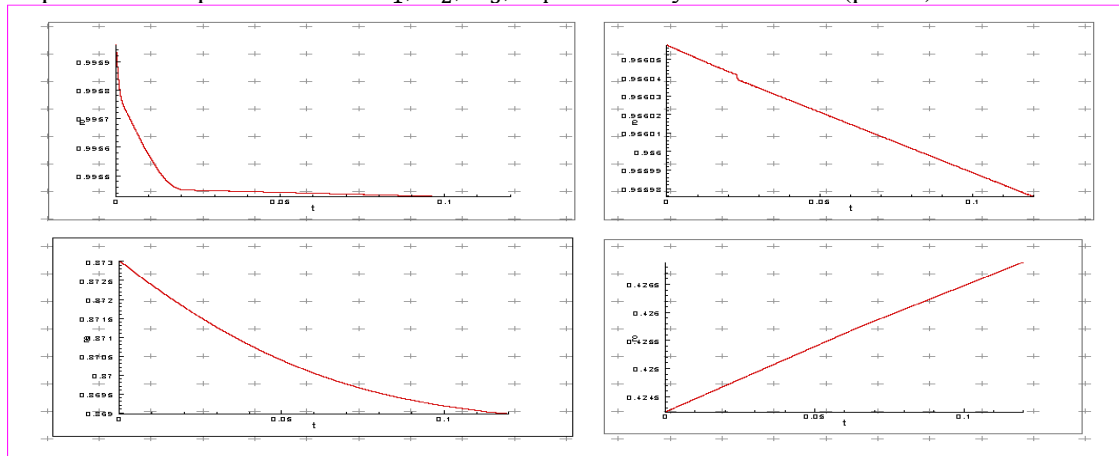


Рисунок 1. Утолщения вблизи границ подобластей

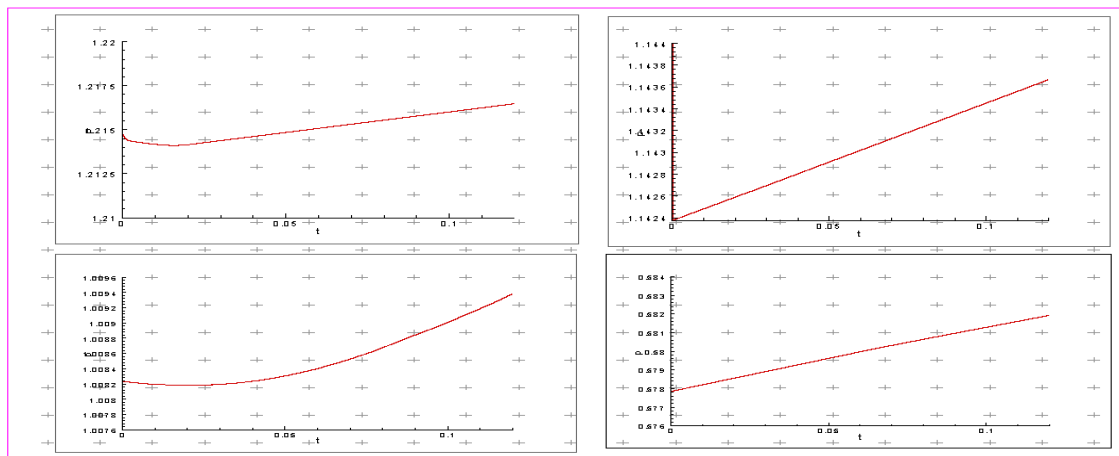
На границе разделов фаз газа, жидкости и газожидкостной смеси показано изменение плотности, давление и скорость потока. Плотность в точке z_1, z_3 уменьшится, в точке z_2 линейно уменьшается, в точке z_4 линейно возрастает. Давление в точке z_1, z_2, z_3, z_4 возрастает. Скорость в точке z_1, z_2, z_3, z_4 линейно уменьшается (рис. 2).

На границе разделов фаз газа, жидкости и газожидкостной смеси показано изменение плотности, давление и скорость потока. Плотность в точке z_1, z_3 уменьшится, в точке z_2 линейно уменьшается, в точке z_4 линейно возрастает. Давление в точке z_1, z_2, z_3, z_4

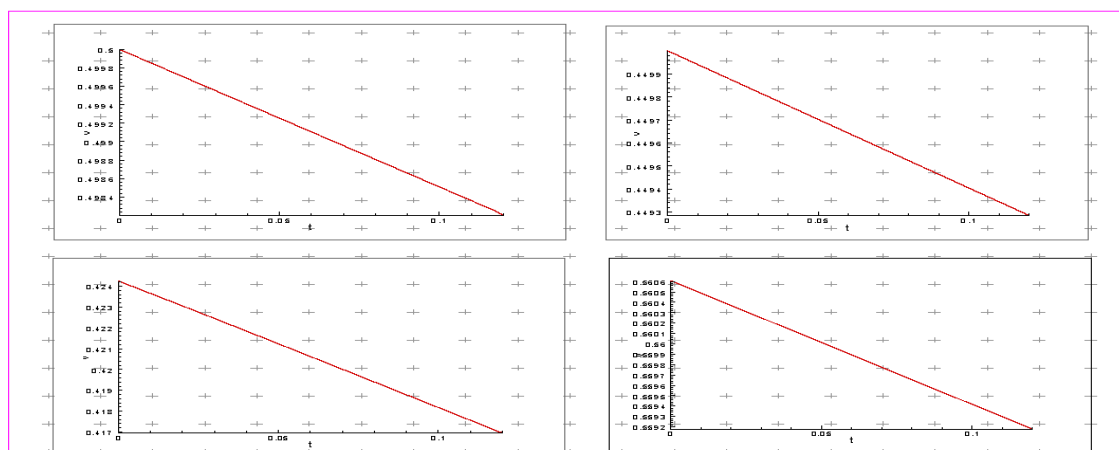
возрастает. Скорость в точке z_1, z_2, z_3, z_4 линейно уменьшается (рис. 3).



а) плотность



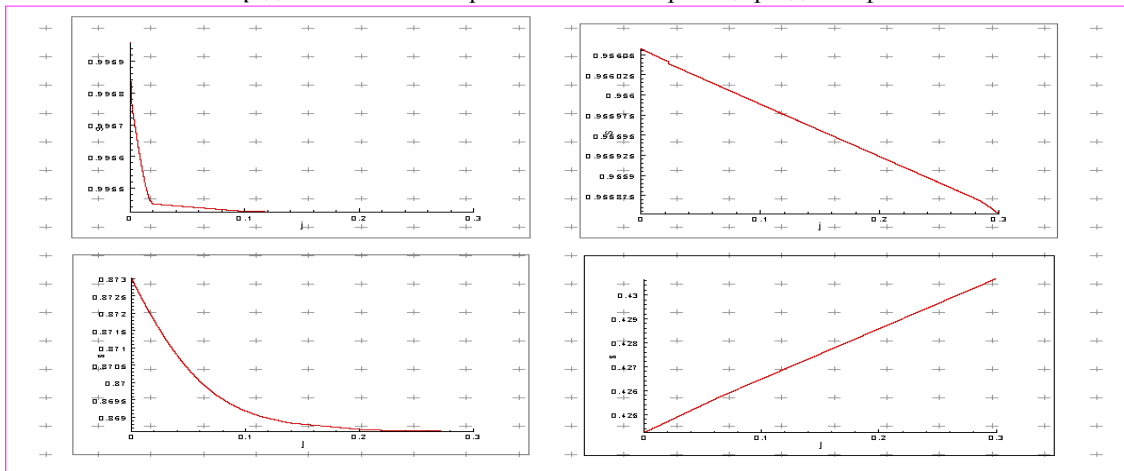
б) давление



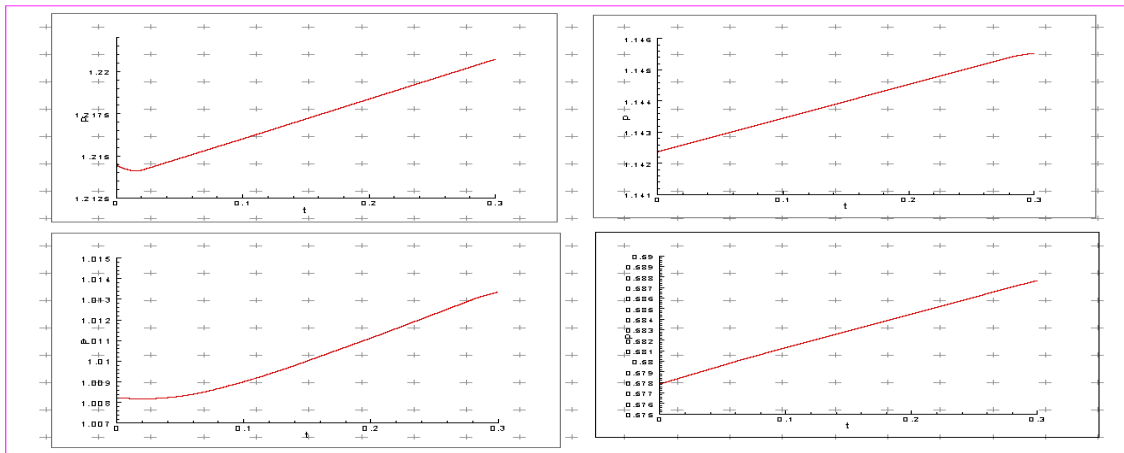
с) скорость

Рисунок 2. Изменение в момент времени 2 минут ρ плотности,

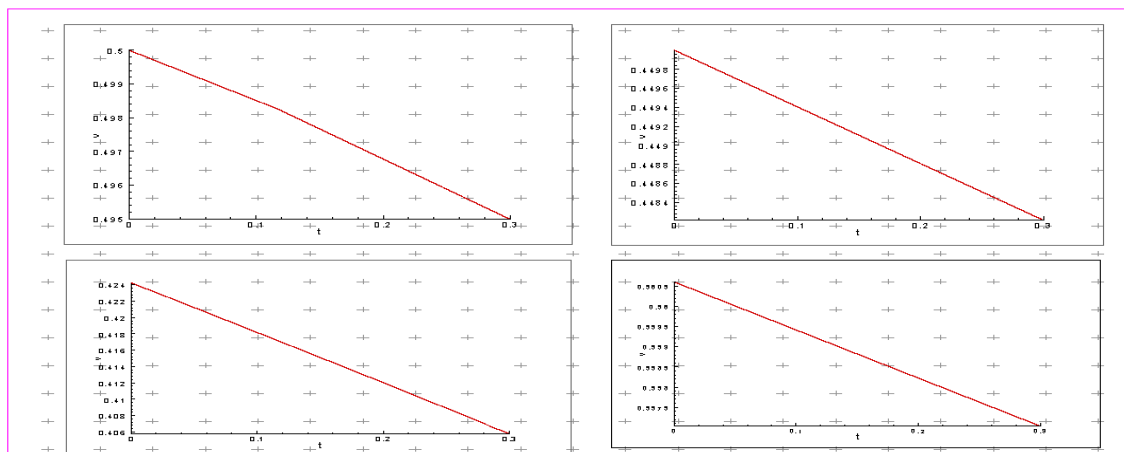
p давление и v скорости потока на границе разделов фаз



а) ПЛОТНОСТЬ



б) давление



с) скорость

Рисунок 3. Изменение в момент времени 5 минут ρ плотности,

p давление и v скорости потока на границе разделов фаз

Заключение. В этом работе был разработан разностные схемы для модели газлифтного процесса в неравномерной сетке, которая сгущается с большим градиентом на границе ступенчатого интерфейса. Кубические функции используются для утолщения сетки, поскольку процессы интерполяции, использующие кубические сплайновые функции, сходятся. Согласно разработанной дифференциальной схеме и алгоритму ее реализации, выполнены многочисленные расчеты газовых подъемников. Результаты численных расчетов представлены в виде графиков.

Список литературы

1. Ф.А. Алиев, М.А. Джамалбеков, Н.А. Велиев, И.Р. Гасанов, Н.А. Ализаде. Алгоритмы для компьютерного моделирования процесса эксплуатации нефтяных скважин штанговыми насосами в системе скважина-пласт // ISSN0032–8243. Прикл. механика, 2019, Том 55, No 3
2. Павловский, В.А. Вычислительная гидродинамика. Теоретические основы: Учебное пособие / В.А. Павловский, Д.В. Никущенко. - СПб.: Лань, 2018. - 368 с.
3. Ulyanov V.V., Kuchurin A.S., Kibirev E.A. Implementation of the Intellectual Gas Control System for Gas Lift Optimization at Orenburgskoe Oilfield // 2018. SPE paper 191533-18RPTC-MS
4. Develop optimum gas lift methods to improve gas lift efficiency using gas lift pack-off, deep gas lift, and deep lift set / N. Lashari [et al.] // International Journal of Advanced Research in Engineering and Technology (IJARET). - 2020. - November. - V. 11. - Issue 11. - P. 1096-1114.
5. Минханов, С.А. Долгих, М.А. Варфоломеев, Разработка нефтяных и газовых месторождений. учеб. пособие для вузов // Казанский федеральный университет. – Казань, 2019. – 96 с.
6. Бубнов, В.А. Гидродинамика: Механика частицы жидкости // В.А. Бубнов. – М.: Ленанд, 2018. – 304 с.
7. Исторические аспекты внедрения бескомпрессорного газлифта в СП «Вьетсовпетро» // Т.Т. Нгия, М.М. Велиев, В.А. Бондаренко [и др.] // Нефтяное хозяйство. – 2018. – № 6. – С. 127-131.
8. Арбузов, В.Н. Геология. Технология добычи нефти и газа. Практикум // В.Н. Арбузов, Е.В. Курганова. – М.: Юрайт, 2020. - 705 с.
9. Вадецкий, Ю. В. Бурение нефтяных и газовых скважин // Ю.В. Вадецкий. – М.: Академия, 2020. – 352 с.
10. Р.В. Жалнин, В.Ф. Масягин, Е.Е. Пескова, В.Ф. Тишкин Априорные оценки локального разрывного метода Галеркина наразнесенных сетках для решения уравнения параболического типа в рамках однородной задачи Дирихле // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Физико-математические науки», 2020, 24:1, 116-136
11. Купреенко А.И., Исаев Х.М., Михайличенко С.М. Гидрогазодинамика. Примеры решения задач. – Брянск: Изд-во Брянский государственный аграрный университет, 2020. – 48 с.
12. Калиткин, Н.Н. Численные методы: В 2 кн. Кн. 2. Методы математической физики: Учебник. – М.: Academia, 2018. - 48 с.
13. Савенкова, Н.П. Численные методы в математическом моделировании: Уч. пособие. – М.: Инфра-М, 2018. – 256 с.
14. Пименов, В.Г. Численные методы: разностные схемы решения уравнений: уч. пособие для вузов / под научной редакцией А.Б. Ложникова. – Москва: Издательство Юрайт, 2020. – 134 с.
15. Павловский, В.А. Вычислительная гидродинамика. Теоретические основы: Уч. пособие. – СПб.: Лань, 2018. – 368 с.

Дополнительная литература

16. Трубавин С. Н., Ульянов В. В., Кибирев Е. А. Результаты проведения ОПИ по оптимизации газлифтной эксплуатации скважин на Оренбургском НГКМ // Экспозиция Нефть Газ. – 2017. – № 5. – С. 36-39
17. Нгия Т.Т., Велиев М.М. Газлифтная эксплуатация скважин. – СПб.: Недра, 2016. – 384 с.
18. Темирбеков Н.М., Тураров А.К. Численное решение динамической модели газлифтного процесса // Вестник КазНУ, - 2016 г. – № 6 (118), – С. 338-344.
19. Петров А.Г. Аналитическая гидродинамика: Идеальная несжимаемая жидкость - М.: Ленанд, 2017. - 368 с.
20. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. – Т.1,2. – М.: Наука, 1987.
21. Кутателадзе С.С. Стырикович М.А. Гидродинамика газожидкостных систем. – М.: Энергия, 1976.
22. Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные методы решения задач газовой динамики. – М.:

Наука, 1992. – 424 с.

23. Шокин Ю.И. Первое дифференциальное приближение. – Новосибирск: Наука, 1979
24. Temirbekov N.M., Turarov A.K. and D. R. Baigereyev «Numerical Modeling of the Gas Lift Process in Gas Lift Wells» / «2nd International Conference on Mathematical Sciences and Statistics», city. Kuala Lumpur, Malaysia. 2015. - pp 020067-1 - 020067-9.

References

1. F.A. Aliev, M.A. Dzhamalbekov, N.A. Veliev, I.R. Gasanov, N.A. Alizade. Algoritmy dlya komp'yuternogo modelirovaniya processa eksploatatsii neftyanykh skvazhin shtangovymi nasosami v sisteme skvazhina-plast // ISSN0032–8243. Prikl. mekhanika, 2019, Tom 55, No 3
2. Pavlovskij, V.A. Vychislitel'naya gidrodinamika. Teoreticheskie osnovy: Uchebnoe posobie / V.A. Pavlovskij, D.V. Nikushchenko. – SPb.: Lan', 2018. – 368 с.
3. Ulyanov V.V., Kuchurin A.S., Kibirev E.A. Implementation of the Intellectual Gas Control System for Gas Lift Optimization at Orenburgskoe Oilfield // 2018. SPE paper 191533-18RPTC-MS
4. Develop optimum gas lift methods to improve gas lift efficiency using gas lift pack-off, deep gas lift, and deep lift set / N. Lashari [et al.] // International Journal of Advanced Research in Engineering and Technology (IJARET). – 2020. – November. – V. 11. – Issue 11. – R. 1096-1114.
5. Minhanov, S. A. Dolgih, M. A. Varfolomeev, Razrabotka neftyanykh i gazovykh mestorozhdenij. ucheb. posobie dlya vuzov // Kazanskij federal'nyj universitet. – Kazan', 2019. – 96s.
6. Bubnov, V.A. Gidrodinamika: Mekhanika chasticy zhidkosti // V.A. Bubnov. – M.: Lenand, 2018. – 304 с.
7. Istoricheskie aspekty vnedreniya beskompessornogo gazlifta v SP «V'etsovpetro» // T.T. Ngia, M.M. Veliev, V.A. Bondarenko [i dr.] // Neftyanoe hozyajstvo. – 2018. – № 6. – S. 127-131.
8. Arbuzov, V.N. Geologiya. Tekhnologiya dobychi nefi i gaza. Praktikum // V.N. Arbuzov, E.V. Kurganova. – M.: YUrajt, 2020. – 705 с.
9. Vadeckij, YU.V. Burenje neftyanykh i gazovykh skvazhin // YU.V. Vadeckij. – M.: Akademiya, 2020. – 352 с.
10. R.V. ZHalnin, V.F. Masyagin, E. E. Peskova, V. F. Tishkin Apriornye ocenki lokal'nogo razryvnogo metoda Galerkina naraznesennykh setkah dlya resheniya uravneniya parabolicheskogo tipa vramkah odnorodnoj zadachi Dirihle // Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya «Fiziko-matematicheskie nauki», 2020, 24:1, 116-136
11. Kupreenko A.I., Isaev H.M., Mihajlichenko S.M. Gidrogazodinamika. Primery resheniya zadach. — Bryansk: Izd-vo Bryanskij gosudarstvennyj agrarnyj universitet, 2020. — 48 s.
12. Kalitkin, N.N. CHislennyye metody: V 2 kn. Kn. 2. Metody matematicheskoy fiziki: Uchebnik. – M.: Academia, 2018. – 48 с.
13. Savenkova, N.P. CHislennyye metody v matematicheskom modelirovanii: Uchebnoe posobie. – M.: Infra-M, 2018. – 256 с.
14. Pimenov, V.G. CHislennyye metody: raznostnyye skhemy resheniya uravnenij : uchebnoe posobie dlya vuzov / pod nauchnoj redakciej A. B. Lozhnikova. – Moskva: Izdatel'stvo YUrajt, 2020. – 134 s.
15. Pavlovskij, V.A. Vychislitel'naya gidrodinamika. Teoreticheskie osnovy: Uchebnoe posobie. – SPb.: Lan', 2018. – 368 с.

Dopolnitel'naya literatura

16. Trubavin S.N., Ulyanov V.V., Kibirev E.A. Rezul'taty provedeniya OPI po optimizatsii gazliftnoj eksploatatsii skvazhin na Orenburgskom NGKM // Ekspozitsiya Neft' Gaz. – 2017. – № 5. – С. 36-39
17. Ngia T.T., Veliev M.M. Gazliftnaya eksploatatsiya skvazhin. – SPb.: Nedra, 2016. – 384 s.
18. Temirbekov N.M., Turarov A.K. CHislennoe reshenie dinamicheskoy modeli gazliftnogo processa // Vestnik KazNITU, - 2016 g. – № 6 (118), – S. 338-344.
19. Petrov, A.G. Analiticheskaya gidrodinamika: Ideal'naya neszhimaemaya zhidkost' // A.G. Petrov. – M.: Lenand, 2017. - 368 с.
20. Nigmatulin R.I. Dinamika mnogofaznykh sred. T.1,2. M.: Nauka, 1987
21. Kutateladze S.S. Styrikovich M.A. Gidrodinamika gazozhidkostnykh sistem. M.: Energiya, 1976.
22. Samarskij A.A., Popov Yu.P. Raznostnyye metody resheniya zadach gazovoj dinamiki. – M.: Nauka, 1992. – 424 s.
23. Shokin Yu.I. Pervoe differencial'noe priblizhenie. - Novosibirsk: Nauka, 1979
24. Temirbekov N.M., Turarov A.K. and D. R. Baigereyev «Numerical Modeling of the Gas Lift Process in Gas Lift Wells» / «2nd International Conference on Mathematical Sciences and Statistics», city. Kuala Lumpur, Malaysia. 2015. – Pp 020067-1 - 020067-9.