



АВТОМАТТАНДЫРУ ЖӘНЕ БАСҚАРУ  
АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ  
AUTOMATION AND CONTROL

DOI 10.51885/1561-4212\_2024\_1\_226

MPHTI 28.15.19; 55.30.31

А.Ж. Оразова<sup>1</sup>, А.Т. Кадыролдина<sup>2\*</sup>, А.Л. Красавин<sup>3</sup>,  
Д.Л. Алонцева<sup>4</sup>, Ә.Т. Құсайын-Мұрат<sup>5</sup>

Восточно-Казахстанский технический университет им. Д. Серикбаева,  
г. Усть-Каменогорск, Казахстан

<sup>1</sup>E-mail: arailym-vko@mail.ru

<sup>2</sup>E-mail: akadyroldina@gmail.com\*

<sup>3</sup>E-mail: akrassvin@edu.ektu.kz

<sup>4</sup>E-mail: dalontseva@edu.ektu.kz

<sup>5</sup>E-mail: akussaynmurat@edu.ektu.kz

## НЕЛИНЕЙНОЕ УПРАВЛЕНИЕ РОБОТОМ-МАНИПУЛЯТОРОМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДЕЛИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

### БОЛЖАУ МОДЕЛІ АРҚЫЛЫ РОБОТ-МАНИПУЛЯТОРДЫ БЕЙСЫЗЫҚТЫ БАСҚАРУ

### NONLINEAR CONTROL OF A ROBOTIC ARM USING A PREDICTIVE MODEL

**Аннотация.** В статье рассматривается задача управления плоским трехзвенным манипулятором с тремя степенями свободы, в которой требуется провести рабочий инструмент робота-манипулятора по заданной траектории (по прямой в плоскости), избежав столкновения звеньев с препятствием цилиндрической формы, то есть так, чтобы звенья не входили в область сечения цилиндра плоскостью траектории. Задача моделирования управления нелинейным объектом решена с применением методов Шютца для реализации модельно-прогностического управления и кинематического управления на конечном горизонте, а также с применением мгновенной инверсной кинематики Накамуры. Результаты моделирования показали хорошие результаты применения методов модельно-прогностического управления планарным трехзвенным роботом-манипулятором с точки зрения быстродействия и обхода препятствий.

**Ключевые слова:** нелинейное управление; модельно-прогностическое управление (МПУ); робот-манипулятор, мгновенная инверсная кинематика.

**Аңдатпа.** Мақалада робот-манипулятордың жұмыс құралын берілген траектория бойынша (жазықтықтағы түзу сызық бойымен) жылжыту қажет болатын үш еркіндік дәрежесі бар жазық үш буынды манипуляторды басқару мәселесі қарастырылады. Буындардың цилиндрлік пішінді кедергімен соқтығысуын болдырмай, траектория жазықтығы бойынша буындар цилиндр қимасының аймағына енбеуі үшін. Бейсызықты нысанды басқаруды модельдеу мәселесі, соңғы көкжиекте модельдік-болжамдық бақылауды және кинематикалық бақылауды жүзеге асыру үшін, Шютц әдістерінің көмегімен, сонымен қатар Накамураның лездік кері кинематикасын қолдану арқылы шешіледі. Модельдеу нәтижелері жылдамдық пен кедергілерді болдырмау тұрғысынан жоспарлы үш буынды робот-манипуляторды модельдік-болжамды басқару әдістерін қолдану жақсы нәтиже көрсетті.

**Түйін сөздер:** бейсызықты басқару; модельдік-болжамдық басқару (МББ); робот-манипулятор; лездік кері кинематика.

**Annotation.** The article considers the problem of controlling a flat three-link manipulator with three degrees of freedom, in which it is required to guide the working tool of the robot-manipulator along a given trajectory (along a straight line in the plane), avoiding the collision of the links with a cylindrical obstacle, that is, so that the links do not enter into area of the cylinder section by the plane of the trajectory. The problem of

*modeling the control of a nonlinear plant is solved using the Schutz methods for the implementation of model-predictive control and kinematic control on the finite horizon, as well as using Nakamura's instantaneous inverse kinematics. The simulation results showed good results of applying the methods of model-predictive control of a planar three-link robot-manipulator in terms of speed and obstacle avoidance.*

**Keywords:** *nonlinear control; model predictive control (MPC); robotic arm, instantaneous inverse kinematics.*

*Введение.* В настоящее время применение роботов-манипуляторов в промышленности для многообразных сложных, повторяющихся операций, таких как сварка, покраска, упаковка, погрузка и т.п., стало очень распространено, однако использование роботов в быту пока весьма ограничено, большей частью используются автономные относительно несложные устройства, как, например, роботы-пылесосы. Одной из основных причин, по которой роботы пока не поддерживают человека в повседневной жизни, является их недостаточная способность адаптироваться к изменяющимся задачам и условиям, при этом для выполнения своих задач роботам требуется высокая степень свободы. С другой стороны, с точки зрения управления роботом избыточность его степеней свободы усложняет расчеты и увеличивает время принятия решения. Решение задач управления роботами в условиях неопределенности, когда требуется принятие решения в текущем моменте (например, по выбору траектории, обходу препятствия и т.п.), находится в центре современных научных исследований в области робототехники и автоматизации и управления [1-9].

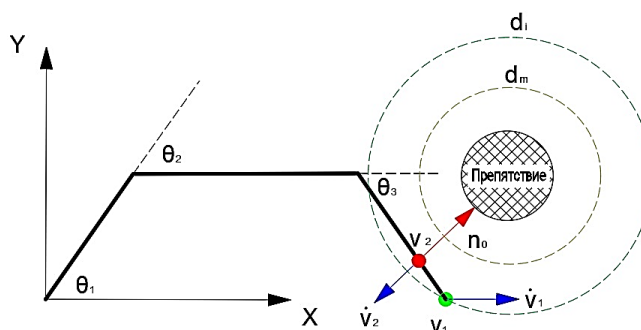
Перспективным подходом к решению таких задач является преобразование абстрактных задач манипулирования в простые целевые функции, которые могут обеспечить при управлении роботом соблюдение дистанции до препятствия, избегание сингулярностей и совместных ограничений, а также минимизацию энергии срабатывания. В настоящее время наиболее распространенным подходом является вычисление оптимальных скоростей соединений манипулятора с целью минимизации затрат только в текущий момент времени. Этот подход называется «локальным» или «мгновенным» управлением и характеризуется относительно низкой вычислительной нагрузкой [10-15]. Однако он не обеспечивает оптимального решения и приводит к ограниченному и кратковременному поведению роботизированной системы. Также требуется настраивать параметры, такие как коэффициент предотвращения столкновений, для каждой ситуации отдельно. Необходим контроллер, который учитывает не только текущую ситуацию, но и будущее развитие ограничений и задач, чтобы обеспечить оптимальное поведение в динамически изменяющемся временном окне. В связи с этим возникает идея модельно-прогностического управления, которая будет рассмотрена в данной работе.

Модельно-прогностическое управление или модельно-предиктивное управление (МПУ) представляет собой мощный инструмент для эффективного управления ограниченными нелинейными системами. Данный метод находит свою важную область применения при управлении промышленными роботами, относящимися к данному классу систем. В 2000 году Пуанье и Готье [16] предложили схему МПУ для манипулятора, которая включала выполнение линеаризации с обратной связью и использование прогнозирующего функционального управления, варианта МПУ. В 2011 году Тасса и соавт. [17] предложили метод, основанный на дифференциальном динамическом программировании для разработки алгоритмов МПУ для динамических систем, таких как полноразмерный человекоподобный робот, включая контакты. Однако этот алгоритм упрощает динамику и сглаживает контакты, что затрудняет его использование в реальных условиях. В 2014 году Шютц [1, 5057] предложил кинематический контроллер с предсказанием модели для нахождения оптимальных нуль-пространственных скоростей для манипулятора с избыточными степенями свободы. Работа Шютца основана на формулировке Накамуры задачи оптимального управления избыточностью. Приоритетная инверсная кинематика, вве-

денная Накамурой и уточненная Мацевским в статье [18], применима к манипулятору с избыточными степенями свободы, при этом задача управления определяется как отслеживание пути непосредственно рабочего инструмента манипулятора с одновременным избеганием препятствий. В данном исследовании методы МПУ применяются для нелинейного кинематического управления, проводится разработка с применением методов Шютца и мгновенной инверсной кинематики Накамуры модели адаптивного алгоритма управления нелинейным объектом – планарным роботом-манипулятором с избыточными степенями свободы.

Целью статьи является оценка применимости нелинейных методов управления на основе прогнозирующих моделей к задачам управления роботами-манипуляторами. В статье рассматривается метод кинематического управления роботом-манипулятором на основе прогнозирующей модели с конечным временным горизонтом по методу Шютца и предлагается альтернативный метод кинематического управления роботом-манипулятором на основе прогнозирующей модели.

*Результаты и обсуждение.* Манипулятор на рис. 1, который необходимо смоделировать, относится к планарному типу и имеет 3 степени свободы.



**Рисунок 1.** Уклонение от препятствия с использованием метода скорости отталкивания

Рассмотрим задачу управления плоским трехзвенным манипулятором с тремя степенями свободы, в которой требуется провести рабочий инструмент робота по заданной траектории (по прямой в плоскости), избежав столкновения звеньев с препятствием цилиндрической формы, то есть так, чтобы звенья манипулятора не входили в круговую область сечения цилиндра плоскостью, в которой движется манипулятор (рис. 1). Решение такой задачи в целом основывается на псевдообращении (псевдоинвертировании) якобиана манипулятора  $J$ . Поясним, что так как манипулятор имеет избыточные степени свободы, то матрица его якобиана не имеет обратной, поэтому используется псевдообращение.

Первоочередной задачей является управление положением и скоростью рабочего инструмента, которые задаются векторами  $V_1, \dot{V}_1$ . Вторая задача учитывает предотвращение столкновения, задавая скорость отталкивания  $\dot{V}_2$ , направленную от препятствия. Эта скорость отталкивания всегда приписывается ближайшей к препятствию точке  $V_2$  на манипуляторе.

На уровне скорости вторая задача будет определена как:

$$\dot{V}_2 = J_2 \dot{\theta}, \quad (1)$$

где  $\dot{V}_2$  – скорость отталкивания, направленная на препятствие,  $J_2$  – якобиан манипулятора,  $\dot{\theta}$  – скорость звеньев.

Спецификация задачи определяет два отдельных условия для движения точки  $V_2$ , если

$J_2$  имеет ранг равный 2. Спроецировав скорость  $\dot{V}_2$  в направлении единичного вектора  $n_0$ , указывающего на препятствие, можно модифицировать задачу так, чтобы задавалось не направление, а скорость удаления от препятствия, создавая только одно ограничение.

$$|\dot{V}_2| = n_0^T \dot{V}_2. \quad (2)$$

Новый якобиан  $\bar{J}_2$  определяется путем умножения уравнения (1) на  $n_0$ :

$$\dot{V}_2 = \bar{J}_2 \dot{\theta}, \quad (3)$$

$$\bar{J}_2 = n_0^T J_2. \quad (4)$$

Желательно, чтобы робот удалялся от препятствия быстрее, если расстояние до препятствия становится меньше. Это реализуется путем умножения скалярной скорости  $\dot{V}_2$  на  $a_v$ , скаляр, который становится бесконечным, если расстояние становится равным нулю. Если расстояние  $d$  больше радиуса  $d_m$  (рис. 1),  $a_v$  выбирается равным нулю.

Другой фактор  $a_h$  используется для плавного включения предотвращения столкновений, если  $d$  меньше, чем  $d_i$ , и отключения, когда  $d$  больше, чем  $d_i$ . Факторы оказывают следующее влияние на расчет  $\dot{\theta}$ :

$$\dot{\theta} = J_1^\# \dot{V}_1 + a_h (\bar{J}_2 N)^\# (a_v \dot{V}_2 - \bar{J}_2 J_1^\# \dot{V}_1). \quad (5)$$

*Моделирование мгновенного кинематического управления.* При моделировании выяснилось, что алгоритм становится неустойчивым в области предельных значений, т.е. если манипулятор далеко вытянется. Причина в том, что якобиан рабочего инструмента  $J_1$  становится близким к сингулярному, поэтому элементы псевдообратного якобиана  $J_1^\#$  достигают очень больших значений. Решением этой проблемы является использование демпфированной псевдоинверсии, которая вычисляется следующим образом:

$$J_1^\# = J_1^T (J_1 J_1^T + \lambda^2 E_n)^{-1}. \quad (6)$$

Здесь  $\lambda$  – скалярный коэффициент демпфирования,  $E_n$  – единичная матрица. Чем выше этот коэффициент, тем менее чувствительной становится псевдоинверсия вблизи предельных значений. Однако использование более высокого демпфирования псевдоинверсии также приводит к большим ошибкам при выполнении задачи. Ошибки в отслеживании пути конечного эффектора можно уменьшить, вернув ошибку положения обратно в расчет  $\dot{\theta}$ . Это называется инверсной кинематикой с обратной связью [19].

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_{1d} + M(V_{1d} - V_{1c}), \quad (7)$$

$$\dot{\theta} = J_1^\# \dot{V}_1 + a_h (\bar{J}_2 N)^\# (a_v \dot{V}_2 - \bar{J}_2 J_1^\# \dot{V}_1), \quad (8)$$

где  $\dot{V}_{1d}$  желаемая скорость;  $M$  — матрица усиления;  $V_{1d}$  и  $V_{1c}$  – текущее и желаемое положения конечного эффектора соответственно;  $N$  – матрица нулевой пространственной проекции.

Найти более подробное обсуждение использования демпфированной псевдоинверсии можно в статье Ана [20], где была предложена идея разделения процессов ортогонализации и инверсии для устранения ошибок при выполнении задачи. Следует отметить, что полученные в работе [20, 5067] при моделировании результаты находятся в хорошем согласии с результатами данного исследования.

*Общее управление кинематикой.* Аналогично мгновенной инверсной кинематике, алгоритм глобального кинематического управления Накамуры [21, 153] требует определения двух переменных манипуляции:

$$V_1 = f_1(\theta), \quad \dot{V}_1 = J_1(\theta)\dot{\theta}, \quad V_1 \in R^{m_1}, \quad (9)$$

$$V_2 = \int_{t_0}^{t_1} p(\theta, t) dt \in R. \quad (10)$$

В рассматриваемом здесь частном случае уравнения (9) определяют скорость и/или ориентацию рабочего инструмента робота.

Вторая задача – минимизация интеграла стоимости (10). Как и в мгновенной инверсной кинематике, первая задача обеспечивается, если подчиняется следующему уравнению:

$$\dot{\theta} = J_1^{\#}(\theta)\dot{V}_1 + N_1(\theta)y, \quad (11)$$

$$\dot{\theta} = g(\theta, t, y). \quad (12)$$

Уравнение (11) можно интерпретировать как нелинейную динамическую систему, изменяющуюся во времени, где  $\theta$  – состояние,  $y$  – вход. Система будет обозначаться через  $g(\theta, t, y)$ . Задачу оптимального управления теперь можно определить как поиск оптимального входа  $y$ , при котором целевая функция (10) минимизируется. Введенное ранее уравнение можно применять, если задача имеет свободное конечное состояние. Это верно, потому что если  $\theta(t_0)$  удовлетворяет уравнениям  $V_0(t_0) = f_1(\theta(t_0))$ , тогда условие  $V_1(t_1) = f_1(\theta(t_1))$  будет автоматически выполнено, если  $\theta$  регулируется (11). Следовательно,  $\theta(t_1)$  свободен, т.е. задача имеет свободное конечное состояние. Используя определение, гамильтониан можно записать как

$$H(\psi, \theta, t, y) = -p + \psi^T g. \quad (13)$$

Теперь  $H$  формулируется с нормальным состоянием  $\theta$  и координатой  $\psi$  вместо расширенных  $x_0$  и  $\psi_0$ . Состояние и сопряженный вектор определяются следующей системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\dot{\theta} = \left(\frac{\partial H}{\partial \psi}\right)^T = g, \quad (14)$$

$$\dot{\psi} = -\left(\frac{\partial H}{\partial \theta}\right)^T. \quad (15)$$

Поскольку цель состоит в том, чтобы поддерживать низкое усилие приведения в действие и избегать препятствий, целевая функция (16) выбрана так, чтобы она содержала скорости суставов, а также функцию стоимости расстояния  $p_0$ .

Функция стоимости показывает некоторую меру отклонений от идеального случая для определения управляющих решений с учетом определенных ограничений. Функция стоимости – это функция, значение которой показывает, насколько хорошо фактическая производительность системы соответствует желаемой производительности. Правильный выбор данного показателя важен, поскольку он определяет характер и сложность проблемы. Выбор подходящего показателя стоимости предполагает компромисс между содержательной оценкой производительности системы и доступностью выполнимых математических описаний.

Стоимость расстояния  $p_0$  дает высокие значения для малых расстояний между препятствием и манипулятором и низкие значения или нуль для больших расстояний.

$$r_2 = \underbrace{\int_{t_0}^{t_1} k p_0(\theta) + \dot{\theta}^T \dot{\theta} dt}_p \quad (16)$$

Перепишав Гамильтониан уравнения (13), заменив  $p$  подынтегральным выражением (16), получим:

$$H = -kp_0 - g^T g + \psi^T g . \quad (17)$$

После подстановки уравнения системы  $g$  в приведенное выше уравнение происходит ввод  $y$ . В соответствии с принципом максимума  $y$ , максимизирующий гамильтониан, является кандидатом на роль оптимального управляющего входа. Можно вывести, что та-  
кая  $y$  определяется выражением (18) (подробнее см. Nakamura [21, 160]):

$$y = \frac{1}{2}(E_n - J_1^{\#}J_1)\psi . \quad (18)$$

Чтобы получить обыкновенное дифференциальное уравнение, описывающее поведение  $\theta$  и  $\psi$ , гамильтониан (17) нужно вставить в дифференциальные уравнения (14) и (15), что даст:

$$\dot{\theta} = g , \quad (19)$$

$$\dot{\psi} = -\left(\frac{\partial g}{\partial \theta}\right)^T (2g - \psi) + k\left(\frac{\partial p_0}{\partial \theta}\right)^T , \quad (20)$$

$$g = J_1^{\#}\dot{V}_1 + \frac{1}{2}(E_n - J_1^{\#}J_1)\psi . \quad (21)$$

В зависимости от постановки задачи существует множество способов определения граничных условий, сильно влияющих на вычислительную сложность.

*Граничные условия типа 1.* Самый простой способ – указать полную начальную конфигурацию  $\theta(t_0)$ . Поскольку задача относится к типу свободного конечного состояния с фиксированным временем, сопряженный вектор в момент  $t_1$  должен быть равен нулю. Таким образом, граничные условия разделяются на левые и правые условия:

$$\text{L.E.: } \theta(t_0) , \quad (22)$$

$$\text{R.E.: } \psi(t_1) = 0 . \quad (23)$$

*Граничные условия типа 2.* Накамура в статье [21, с. 158] определяет положение и/или ориентацию рабочего инструмента только с левой стороны в момент  $t_0$ , оставляя лишние степени свободы открытыми для оптимизации. Следовательно, существует  $m_1$  граничных условий, которые можно получить из  $r_1(t_0) = f_1(\theta(t_0))$ . Правостороннее граничное условие  $\psi(t_1) = 0$  дает  $n$  условий. Остальные  $n - m_1$  граничные условия должны быть получены из условия трансверсальности (24). Краевые условия для левого и правого концов можно резюмировать следующим образом:

$$\text{L.E.: } \{E_n - J_1^{\#}(\theta(t_0))J_1(\theta(t_0))\psi(t_0)\} = 0 , \quad (24)$$

$$V_1(t_0) = f_1(\theta(t_0)) , \quad (25)$$

$$\text{R.E.: } \psi(t_1) = 0 . \quad (26)$$

Поскольку дифференциальные уравнения (19) и (20) связаны, их необходимо решать вместе. Однако их нельзя интегрировать как стандартную задачу с начальными значениями, поскольку для граничных условий типа 1 и типа 2 значения для  $\theta$  и  $\psi$  определяются на противоположных концах. Такая задача называется двухточечной краевой задачей (двухточечная граничная задача) и может быть решена с помощью метода корректировки начального значения, также известного как метод стрельбы.

*Пример функции «Расстояние-стоимость».* Для расчета «расстояния-стоимости» при использовании круглого препятствия была выбрана следующая функция:

$$p_0(\theta) = \frac{S_{coll}}{3} (d_m - d_m \frac{d(\theta) - d_b}{d_m - d_b})^3. \quad (27)$$

Здесь кратчайшее расстояние между манипулятором и препятствием  $d(\theta)$  зависит от текущей конфигурации  $\theta$  и местоположения препятствия,  $d_b$  – диаметр круглого препятствия,  $d_m$  – пороговое расстояние, выше которого стоимость расстояния устанавливается равной нулю. Чем выше усиление предотвращения столкновений  $S_{coll}$ , тем больший приоритет предоставляется предотвращению столкновений. Необходимо, чтобы стоимость была ограничена максимальным значением и не расходилась при преодолении препятствия, т.е.  $d(\theta) < d_b$ .

*Кинематическое управление роботом.* Основным недостатком кинематического управления с конечным горизонтом является то, что вычислительная нагрузка значительно увеличивается с более длинными горизонтами и более высокой степенью избыточности. Выход состоит в том, чтобы вычислить оптимальную траекторию не для всей продолжительности конкретной задачи, а только для более короткого, заранее определенного горизонта. Оптимальная совместная траектория пересчитывается в каждом цикле, и первый образец этой траектории применяется к роботу. Оптимизация, выполняемая на каждом шаге, идентична кинематическому управлению с конечным горизонтом.

В данном исследовании было реализовано и протестировано два алгоритма, использующих метод конечного горизонта: МПУ и мгновенное кинематическое управление в сценарии предотвращения столкновений, которые были сравнены с точки зрения оптимальности выходных траекторий и вычислительной сложности. Установлено, что разница между двумя алгоритмами, использующими горизонт  $\Delta t = 0,35$ , незначительна. Моделирование показало, что для достижения более оптимального поведения с помощью МПУ необходимы относительно более длинные горизонты, чем при использовании хорошо настроенной мгновенной инверсной кинематики. Для специфических сценариев было показано, что МПУ может обеспечить снижение затрат на 6,5 % по сравнению с алгоритмом Шютца, но требуются дополнительные исследования для обеспечения статистической надежности выводов. Таким образом, результаты моделирования показали хорошие результаты применения методов кинематического МПУ с точки зрения быстродействия и обхода препятствий. Дальнейшее направление исследований включает расширенный сравнительный анализ алгоритмов МПУ и мгновенной инверсной кинематики методами компьютерной симуляции.

*Заключение.* В данной работе была изучена концепция модельно-прогностического управления (МПУ) в контексте нелинейного кинематического управления. Были применены методы Шютца для реализации МПУ и кинематического управления на конечном горизонте, а также мгновенная инверсная кинематика Накамуры. Основываясь на постановке задачи оптимального управления Накамурой, разработана модель кинематического регулятора на конечном горизонте, на модели которого было реализовано и протестировано два алгоритма: МПУ и мгновенное кинематическое управление в сценарии предотвращения столкновений. Результаты моделирования показали хорошие результаты применения методов МПУ на конечном горизонте с точки зрения быстродействия и обхода препятствий. Таким образом, на модели установлена применимость нелинейных методов управления на основе прогнозирующих моделей к задачам управления роботами-манипуляторами.

*Благодарность.* Данное исследование финансируется Комитетом науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан (грант № AP13068317 «Разработка новых алгоритмов управления роботом-манипулятором для технологий 3D-сканирования и аддитивного микроплазменного напыления покрытий»).

## References

1. Schuetz C., Buschmann T., Baur J., Pfaff J., Ulbrich H. Predictive online inverse kinematics for redundant manipulators // IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). – 2014. – P. 5056-5061. – doi: 10.1109/ICRA.2014.6907600.
2. Rubagotti M., Taunyazov T., Omarali B., Shintemirov A. Semi-Autonomous Robot Teleoperation With Obstacle Avoidance via Model Predictive Control // IEEE Robotics and Automation Letters. – Vol. 4. – No. 3. – P. 2746-2753. – July 2019. – doi: 10.1109/LRA.2019.2917707.
3. Osman M., Mehrez, W.M., Yang S., Jeon S., Melek W. End-Effector Stabilization of a 10-DOF Mobile Manipulator using Nonlinear Model Predictive Control // IFAC-PapersOnLine. – 2020. – Vol. 53. – No. 2. – P. 9772-9777. – <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2020.12.2658>.
4. Rudd, G., Daly, L., Cuckov, F. Intuitive gesture-based control system with collision avoidance for robotic manipulators // Industrial Robot. – 2020. – Vol. 47. – No. 2. – P. 243-251. – <https://doi.org/10.1108/IR-03-2019-0045>.
5. Firas S. H., Hassan M. A., Qasim A. A. Obstacle Avoidance Method for Highly Redundant Robotic Arms // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering 765 (May 2020), 012017. – doi 10.1088/1757-899X/765/1/012017.
6. Tika A., Gafur N., Yfantis V., Bajcinca N. Optimal Scheduling and Model Predictive Control for Trajectory Planning of Cooperative Robot Manipulators // IFAC-PapersOnLine. – Vol. 53. – No. 2. – 2020. – P. 9080-9086, <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2020.12.2136>.
7. Huber L., Slotine J.-J., Billard A. Avoidance of Concave Obstacles through Rotation of Nonlinear Dynamics // Computer Science – Robotics 2306 (June 2023), 16160, <https://doi.org/10.48550/arXiv.2306.16160>.
8. Oshin A., Theodorou A. E. Differentiable Robust Model Predictive Control // Robotics, Aug. 2023. – <https://doi.org/10.48550/arXiv.2308.08426>.
9. Pezzato C., Salmi Ch., Spahn M., Trevisan E., Alonso-Mora J., Corbato C. H. Sampling-based Model Predictive Control Leveraging Parallelizable Physics Simulations // IEEE Robotics and automation letters, Submitted version, 2023, <https://doi.org/10.48550/arXiv.2307.09105>.
10. Rubagotti M., Sangiovanni B., Nurbayeva A., Incremona G.P., Ferrara A., Shintemirov A., Shared Control of Robot Manipulators With Obstacle Avoidance: A Deep Reinforcement Learning Approach // IEEE Control Systems Magazine. – 2023. – Vol. 43. – No. 1. – Pp. 44-63. – doi: 10.1109/MCS.2022.3216653.
11. Pu Q., Xu X., Zhang H., Li Q., Rodić A., Petrovich P. B., Wang H., Xu S., Wang Z. The Algorithm of Multiple Obstacle Avoidance Tasks for Dual-Arm Robots // IEEE Access. – 2023. – Vol. 11. – Pp. 79190-79202. – doi: 10.1109/ACCESS.2023.3288331.
12. Lee J., Seo M., Bylard A., Sun R., Sentic L. Real-Time Model Predictive Control for Industrial Manipulators with Singularity-Tolerant Hierarchical Task Control // IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). – 2023. – P. 12282-12288, doi: 10.1109/ICRA48891.2023.10161138
13. AlAttar A., Chappell D., Kormushev P. Kinematic-Model-Free Predictive Control for Robotic Manipulator Target Reaching With Obstacle Avoidance // Frontiers in Robotics and AI. - February 2022. – Vol. 9, article 809114. – <https://doi.org/10.3389/frobt.2022.809114>
14. Liu J. Trajectory planning and control algorithm of industrial robot manipulator // Journal of Vibroengineering, –14, Aug. 2023. – Vol. 25. – No. 8. – <https://doi.org/10.21595/jve.2023.23274>
15. Tusset A.M., Pereira A.E.B., Balthazar J.M., Janzen F.C., Oliveira C., Fuziki M.E.K., Lenzi G.G. Positioning Control of Robotic Manipulators Subject to Excitation from Non-Ideal Sources // Robotics. – 2023. – Vol. 12. – No. 2: 51. – <https://doi.org/10.3390/robotics12020051>
16. Pognet P., Gautier M. Nonlinear Model Predictive Control of a Robot Manipulator // 6th International Workshop on Advanced Motion Control. Proceedings. – 2000. – P. 401-406. – doi: 10.1109/AMC.2000.862901.
17. Tassa Y. Theory and Implementation of Biomimetic Motor Controllers, PhD thesis // Hebrew University of Jerusalem. – 2011.
18. Maciejewski A., Klein C. Obstacle Avoidance for Kinematically Redundant Manipulators in Dynamically Varying Environments // The International Journal of Robotics Research. – 1985. – Vol. 4. – No. 3. – P. 109-117.
19. Siciliano B. Closed-loop inverse kinematics schemes for constrained redundant manipulators with task space augmentation and task priority strategy // The International Journal of Robotics Research. – 1991.
20. An S.-i., Lee D. Prioritized inverse kinematics using qr and cholesky decompositions // IEEE Inter-



- national Conference on Robotics and Automation (ICRA). – 2014. – Vol. 2. – P. 5062–5069.
21. Nakamura Y. Advanced robotics, redundancy and optimization // Reading, Mass., Addison-Wesley. – 1991. – P. 128.