



АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ  
AUTOMATION AND CONTROL  
АВТОМАТТАНДЫРУ ЖӘНЕ БАСҚАРУ

DOI 10.51885/1561-4212\_2023\_4\_372

МРНТИ 28.15.19; 55.30.31

М.Б. Толықбаева<sup>1</sup>, Ә.Т. Құсайын-Мұрат<sup>2</sup>, А.Л. Красавин<sup>3</sup>, Д.Л. Алонцева<sup>4</sup>,  
А.Т. Кадыролдина<sup>5</sup>

НАО «Восточно-Казахстанский технический университет имени Д. Серикбаева»,

г. Усть-Каменогорск, Казахстан

<sup>1</sup>E-mail: maralsamekenova@mail.ru

<sup>2</sup>E-mail: akussaynmurat@edu.ektu.kz

<sup>3</sup>E-mail: akrassvin@edu.ektu.kz

<sup>4</sup>E-mail: dalontseva@edu.ektu.kz

<sup>5</sup>E-mail: akadyroldina@gmail.com\*

## АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДВУХЗВЕННЫМ РОБОТОМ-МАНИПУЛЯТОРОМ ЕКІ БУЫНДЫ РОБОТ-МАНИПУЛЯТОРДЫ БЕЙІМДЕЛГЕН БАСҚАРУ

### ADAPTIVE CONTROL OF A TWO-LINK ROBOTIC ARM

**Аңдатпа.** Мақалада Ляпуновтың тұрақтылық теориясы мен гипертұрақтылық теориясына негізделген екі буынды робот-манипуляторды бейімделген басқарудың жаңа моделі ұсынылған. Бейімделген басқару әдісі және Ляпунов теориясы қауіпсіз жұмыс жағдайларын қамтамасыз ету үшін манипулятордың жұмыс құралын кинематикалық және күштік басқаруда қолданылады. Гипертұрақтылық тәсілін қолдана отырып, пропорционалды-интегралды-дифференциалды (ПИД) басқару жүйесін және бейімделген басқарудың анықтамалық моделі жүйесін интеграциялау арқылы манипуляторды басқару жүйесінің жаңа моделі жасалады, сонымен қатар гибриді модельді басқарудың конвергенциясы мен басқа сипаттамалары жеке ПИД жүйесімен және бейімделген басқарудың эталондық моделі жүйесімен салыстырылады.

**Түйін сөздер:** бейімделген басқару; пропорционалды-интегралды-дифференциалды (ПИД) басқару; күштік басқару; гипертұрақтылық.

**Аннотация.** В статье представлена новая модель адаптивного управления двухзвенным роботом-манипулятором, разработанная на основе теории устойчивости Ляпунова и теории гиперустойчивости. Метод адаптивного управления и теория Ляпунова последовательным образом применяются к кинематическому и силовому управлению рабочим инструментом манипулятора для обеспечения безопасных условий работы. С использованием подхода гиперустойчивости разрабатывается модель системы управления манипулятором путем интеграции пропорционально-интегрально-дифференциальной (ПИД) системы управления и системы эталонной модели адаптивного управления, а также сравниваются сходимость и другие характеристики управления гибридной модели с характеристиками индивидуальной ПИД-системы и системы эталонной модели адаптивного управления.

**Ключевые слова:** адаптивное управление; пропорционально-интегрально-дифференциальное (ПИД) управление, силовое управление, гиперустойчивость.

**Abstract.** The article presents a new model of adaptive control of a two-link robot-manipulator, developed on the basis of Lyapunov's stability theory and hyperstability theory. The adaptive control method and the Lyapunov theory are subsequently applied to the end-effector kinematic control and force control to ensure a safe working environment. The hyperstability approach involves designing a model of control system by combining a proportional-integral-derivative (PID) control system with an adaptive control system reference model. The convergence behavior and other control characteristics of this integrated system are then compared with those of the individual PID control system and the reference adaptive control system.

**Keywords:** *adaptive control; proportional-integral-derivative (PID) control; robotic arm; force control; hyperstability.*

**Введение.** Роботы-манипуляторы получили широкое применение в обрабатывающей промышленности [1-5]. Современное производство требует более гибкого и мощного управления процессом, способного приспосабливаться к управляемой системе с параметрами, которые постоянно меняются или изначально являются неизвестными. В этой ситуации традиционные методы управления, например ПД – пропорционально-дифференциальное управление, являются недостаточными. Одним из подходов к управлению с изменяющимися условиями является метод адаптивного управления. В этой статье представлены проектирование адаптивного управления и анализ устойчивости управления роботом-манипулятором, основанные на двух основных подходах, теории устойчивости Ляпунова и теории гиперустойчивости.

В настоящее время при проектировании адаптивного управления и анализе устойчивости роботов-манипуляторов на основе теории устойчивости Ляпунова в большинстве случаев рассматривается только кинематическое управление. Однако, когда робот взаимодействует с людьми или окружающей средой, для обеспечения безопасной рабочей среды необходимо учитывать не только кинематику робота, но также прилагаемые роботом усилия [13]. К примеру, слишком большая сила может повредить объекты, с которыми робот манипулирует, в то время как слишком малая сила может не привести к достижению желаемой цели. Правильно подобранная сила имеет решающее значение для взаимодействия между человеком и роботом. Например, Хатиб в статье [14] предлагает гибридно применять методы унифицированного кинематического управления и силового управления роботами-манипуляторами. Гибридное кинематическое и силовое управление представляет собой комбинацию чистого управления положением и чисто силового управления. Текущее состояние промышленности таково, что в большинстве отраслей, основанных на роботизации, силовое управление не рассматривается, используется только кинематическое управление из-за требуемых больших вычислений и неопределенности параметров динамической модели, а также из-за того, что динамическая модель непонятна пользователям интуитивно и т.д.

При проектировании адаптивного управления и анализе устойчивости управления роботами-манипуляторами на основе теории гиперустойчивости, в промышленности часто используется система пропорционально-интегрального дифференциального ПИД-регулирования для каждого отдельного шарнира последовательных роботов-манипуляторов. Идеальные выходные характеристики могут быть получены путем изменения коэффициентов усиления ПИД-регулятора. Эталонная модель адаптивного управления (ЭМАУ) – это более продвинутый метод управления, который был впервые разработан Ландау [15], и широко используется с тех пор [6-9, 16-19]. Как упоминалось ранее, необходимость применения эталонной модели адаптивного управления роботизированной системой заключается в том, что обычный метод управления не способен компенсировать изменения нагрузки. В то время как при использовании системы ЭМАУ вышеупомянутая потенциальная проблема может быть эффективно устранена, и, следовательно, можно устранить влияние изменений нагрузки. Например, система управления ЭМАУ, разработанная Садах и Горовиц [19], а затем усовершенствованная другими исследователями [9, 13], состоит из механизма адаптации и структуры обратной связи по положению, которая способна обнаруживать ошибку между желаемым положением и реальным положением шарнира. Затем эта ошибка передается через интегральную часть ПИД-подобной системы управления, после чего из нее вычитаются значения обратной связи по положению и скорости.

В ряде статей Шадрина и соавторов [10-12] для управления роботом-манипулятором

применялся подход управления по методу компенсации динамики возмущений, в частности, в статье [12] был выполнен синтез системы управления однозвенным манипулятором и исследованы характеристики устойчивости, показавшие перспективные результаты применения адаптивного управления. В данном исследовании предлагается гибридная система управления, основанная на подходе гиперустойчивости, разработанная путем интеграции ПИД-регулятора и системы управления ЭМАУ.

Целью данной работы является применение подходов теории устойчивости Ляпунова и теории гиперустойчивости для адаптивного управления двухзвенным роботом-манипулятором и исследование устойчивости полученной системы управления.

*Результаты и обсуждение. Адаптивное управление роботом-манипулятором.* Методы управления роботом-манипулятором существенно развились за последние десятилетия. ПИД-управление, в большинстве случаев ПД-управление, широко используется в промышленности благодаря своей простоте. Для управления положением рабочего инструмента манипулятора и достижения желаемого управления положением промышленность использует ПД-контроллер в каждом шарнире робота-манипулятора. Он имитирует систему пружинно-демпферного амортизатора и, согласно теореме о глобальном инвариантном множестве (расширенной версии теоремы Ляпунова), система может глобально стремиться к точке устойчивости. Однако, если роботу необходимо следовать заданной траектории или обеспечить быстрое кинематическое управление, подход ПД-контроля недостаточно эффективен для управления вышеупомянутыми ситуациями, так как ПД-контроллер не предоставляет информацию о том, что происходит в процессе движения робота. Требуется более сложная система управления, например, адаптивное управление. В качестве примера рассмотрим упрощенную модель системы робота-манипулятора с поворотными шарнирами (с двумя степенями свободы), для которого динамическое уравнение имеет следующий вид (1):

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + D(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau \quad (1)$$

где  $q$  – углы поворота шарниров,  $H(q)$  – матрица инерции,  $C(q, \dot{q})\dot{q}$  – вектор Кориолисовых и центробежных сил,  $D(q, \dot{q})\dot{q}$  – трение,  $g(q)$  – гравитационные моменты,  $\tau$  – вектор моментов сил, действующих в поворотных сочленениях звеньев манипулятора (в реальности эти вращающие моменты создаются приводами манипулятора).

Функция – кандидат Ляпунова выбирается по уравнению (2):

$$V = \frac{1}{2} S^T H(q) S \quad (2)$$

где  $S = \dot{\tilde{q}} + \lambda \tilde{q}$  и  $\tilde{q} = q - q_d$ , где  $\lambda$  – положительное постоянное число.

Тогда можно вычислить  $\dot{V}$  через уравнение (3):

$$\dot{V} = S^T (\tau - H\ddot{q}_r - C\dot{q}_r - D\dot{q} - g) \quad (3)$$

где  $q_r$  определяется как  $\dot{q}_r = \dot{q}_d - \lambda \tilde{q}$ , а выражение  $-H\ddot{q}_r - C\dot{q}_r - D\dot{q} - g$  может быть записано как  $-y(q, \dot{q}, \dot{q}_r, \ddot{q}_r)a$ , где  $y(q, \dot{q}, \dot{q}_r, \ddot{q}_r)$  является известной функцией,  $a$  является неизвестным постоянным вектором, т.е.,  $-H\ddot{q}_r - C\dot{q}_r - D\dot{q} - g$  может быть записано как известная функция, умноженная на неизвестную константу  $a$  и представлено в виде уравнения (4):

$$\dot{V} = S^T (\tau - y(q, \dot{q}, \dot{q}_r, \ddot{q}_r)a) \quad (4)$$

Путем выбора закона управления (5):

$$\tau = y\hat{a} - K_D S \quad (5)$$

где  $\hat{a}$  означает оценку  $a$ , получаем уравнение (6):

$$\dot{V} = -S^T K_D S + S^T y \hat{a} \quad (6)$$

Отметим при этом, что у нас есть дополнительный член уравнения  $S^T y \hat{a}$ . Чтобы исключить его, другой член, а именно  $\frac{1}{2} \hat{a}^T P^{-1} \tilde{a}$  добавляется к приведенной выше функции-кандидату Ляпунова, тогда функция-кандидат Ляпунова может быть переписана в виде уравнения (7):

$$V = \frac{1}{2} S^T H(q) S + \frac{1}{2} \hat{a}^T P^{-1} \tilde{a} \quad (7)$$

где  $P$  – постоянная симметричная положительно определенная матрица.

Запишем  $\dot{V}$  в виде выражения (8)

$$\dot{V} = -S^T K_D S + S^T y \hat{a} + \frac{1}{2} \hat{a}^T P^{-1} \dot{\tilde{a}} \quad (8)$$

где  $\tilde{a} = \hat{a} - a$  и сделаем последние два члена равными нулю, выбрав закон адаптации следующим образом по уравнению (9):

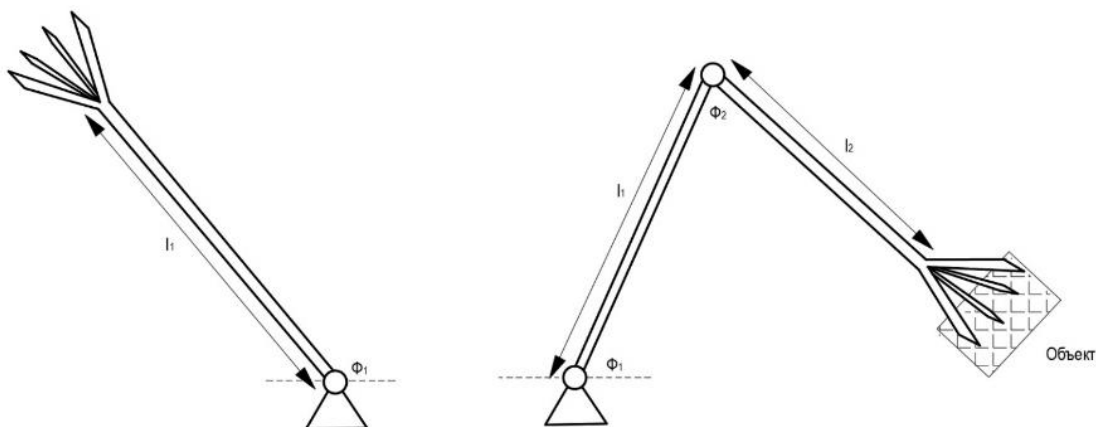
$$S^T y \hat{a} + \frac{1}{2} \hat{a}^T P^{-1} \dot{\tilde{a}} = 0 \Rightarrow \dot{\hat{a}} = -P y S \quad (9)$$

Таким образом, мы имеем уравнение (10)

$$\dot{V} = -S^T K_D S \quad (10)$$

При этом по лемме Барбалета, когда  $\dot{V} \rightarrow 0 \Rightarrow S \rightarrow 0 \Rightarrow \tilde{q} \rightarrow 0$  и  $\dot{\tilde{q}} \rightarrow 0$ .

На рис. 1 схематически показаны виды механизмов манипулятора: однозвенный и двухзвенный. Манипуляционный робот, или робот-манипулятор Kawasaki RS010L (Kawasaki Heavy Industries, Токио, Япония) (рис. 2) можно назвать примером двухзвенного манипулятора, для которого в перспективе будет разрабатываться адаптивное управление. Манипулятор робота является многозвенной связанной инерционной механической системой с ограниченными по мощности и моменту приводами звеньев. Как правило, каждая кинематическая пара манипулятора (сустав) имеет свой привод, датчик положения и микропроцессорную систему управления приводом. Kawasaki RS010L представляет собой робот-манипулятор с шестью степенями свободы и может выполнять много разнообразных функций в производстве, включая погрузку, упаковку, сложную сварку, перемещение плазмореза при выполнении фигурной плазменной резки, а также плазменное напыление изделий сложной формы и т.д. Если применить к нему адаптивное управление, то можно получить преимущества в точности и быстродействии управления движением при перемещении рабочего инструмента манипулятора по сложным криволинейным траекториям как на плоскости, так и в трехмерном пространстве.



а б  
Рисунок 1. а – однозвенный механизм; б – двухзвенный механизм



Рисунок 2. Манипуляционный робот, или робот-манипулятор Kawasaki RS010L (Kawasaki Heavy Industries, Япония)

*Роль трения в анализе устойчивости.* Трение может быть полезным в обеспечении устойчивого состояния системы. Известно, что  $S = \dot{q} + \lambda \tilde{q} = \dot{q} - \dot{q}_r$ , следовательно в динамическом уравнении  $D\dot{q}$  может быть записано как  $D\dot{q} = D\dot{q}_r + DS$ . Таким образом, динамическое уравнение можно записать в виде уравнения (11):

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + D(q, \dot{q})\dot{q}_r + g(q) = \tau - DS \quad (11)$$

Вместо того, чтобы исключать из рассмотрения трение, как это делалось ранее в данной статье, можно включить его в расчеты. Если без учета трения получалось выражение (12):

$$H\dot{q}_r + C\dot{q}_r + D\dot{q} + g = ya \quad (12)$$

То при новом подходе (с учетом трения) получаем выражение (13)

$$H\dot{q}_r + C\dot{q}_r + D\dot{q} + g = y_{new}a \quad (13)$$

Также, если ранее мы получили  $\dot{V} = -S^T K_D S$ , то теперь (с учетом трения) получим  $\dot{V} = -S^T (K_D + D) S$ . И, следовательно, мы можем сформулировать закон адаптивного управления в виде уравнения (14):

$$\tau = y_{new} \hat{a} - K_D S \quad (14)$$

*Ограничения.* Однако у вышеупомянутого метода есть два ограничения. Во-первых, в выражении  $\tilde{a}(t) = \hat{a}(t) - a$  предполагается, что константа  $a$  не меняется со временем. Это справедливо только в случае, когда  $a$  меняется во времени очень медленно, что дает основание предположить, что  $a$  является постоянной величиной, или в тот момент, когда робот захватывает груз, потому что можно предположить, что в этот момент отсчет времени начинается заново (возврат к нулевой точке) и  $a$  становится постоянной величиной. Однако, это условие не будет действительным в некоторых ситуациях, когда  $a$

быстро меняется во времени, например, при выполнении роботом быстрых и повторяющихся задач загрузки и выгрузки, в таком случае требуется учитывать изменения  $a$ . Второе ограничение заключается в том, что вышеупомянутый подход основан на управлении в конфигурационном пространстве, так как для перехода к управлению в трехмерном пространстве или в реальном времени требуется выполнить предварительный расчет обратной кинематики последовательных манипуляторов, что представляет собой крайне объемную задачу. Приведенный анализ устойчивости основан на теории Ляпунова. Другой подход к анализу устойчивости адаптивного управления основан на теории гиперустойчивости. Пример такого подхода можно найти в статьях [13, 19].

*Управление в операционном пространстве.* Обратная кинематика для последовательного манипулятора сложнее, чем прямой кинематический расчет. Кроме того, для управления в конфигурационном пространстве сначала необходимо представить конечное целевое положение для рабочего инструмента манипулятора, а затем выполнить обратный кинематический расчет для определения соответствующих углов шарниров. Из-за этого еще одним недостатком управления в конфигурационном пространстве является необходимость повторного планирования всего движения в реальном времени, когда робот-манипулятор сталкивается с неожиданной преградой. В связи с вышеуказанными ограничениями, Хатибом было предложено управление в операционном пространстве [14].

В управлении в операционном пространстве существуют кинематическое управление и силовое управление. Кинематическое управление отвечает за управление движением рабочего инструмента манипулятора, а силовое управление определяет, какую силу следует прикладывать к рабочему инструменту. При взаимодействии робота с окружающей средой требуется осуществлять и силовое управление, и кинематическое управление. В исследовании, представленном в статье [20], авторы сосредоточились на гибком кинематическом и силовом управлении, где рабочий инструмент робота-манипулятора контролируется силой взаимодействия, и такой тип управления не требует планирования траектории. Этот подход применен в представляемом здесь исследовании.

*Силовое управление.* Силовое управление существенно отличается от кинематического управления из-за значительных различий в динамических уравнениях. Динамическое уравнение кинематического управления имеет вид для управления в конфигурационном пространстве:  $H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + D(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau$  или для управления в операционном пространстве:  $M_x(x)\ddot{x} + V_x(x, \dot{x}) + G_x(x) = F$ , где  $x$  – положение и ориентация рабочего инструмента,  $M_x(x)$  – матрица кинетической энергии рабочего инструмента,  $V_x(x, \dot{x})$  – центробежные силы рабочего инструмента и силы Кориолиса, а  $G_x(x)$  – гравитационные силы рабочего инструмента. Видно, что эти уравнения имеют одинаковую структуру, тогда как динамическое уравнение силового управления имеет вид  $m\ddot{x} + k_e x = f$ . В случае кинематического управления, когда рабочий инструмент манипулятора захватывает объект, неизвестные параметры находятся в левой части динамического уравнения, то есть в  $H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + D(q, \dot{q})\dot{q} + g(q)$  или в  $M_x(x)\ddot{x} + V_x(x, \dot{x}) + G_x(x)$ , а в случае силового управления неизвестные параметры находятся в слагаемом левой части динамического уравнения, а именно  $m\ddot{x}$ .

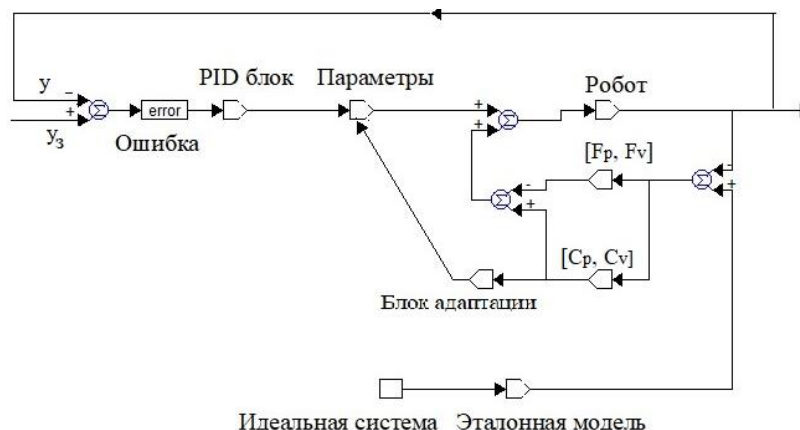
Относительно силового управления, в большинстве исследований управляемая сила рассматривается как постоянная и не меняется со временем. Здесь представлено управление с переменной силой (силой, изменяющейся во времени), при этом сила представляется в виде уравнения (15):

$$m\ddot{x} + k_e x = m\ddot{x} + f_e x = f \quad (15)$$

где  $x$  – смещение рабочего инструмента/датчика,  $m$  – масса рабочего инструмента, а  $k_e$  – коэффициент усиления виртуальной пружины.

Когда рабочий инструмент манипулятора захватывает объект для выполнения работы, применяется метод адаптивного управления.

*Подход гиперустойчивости. Гибридное управление ПИД и ЭМАУ.* Посредством объединения ПИД и эталонной модели адаптивного управления ЭМАУ создается структура ПИД и ЭМАУ, как показано на рис. 3.



**Рисунок 3.** Комбинированная система ПИД и ЭМАУ для управления однозвенным роботом-манипулятором

Синтез регулятора ПИД и ЭМАУ основан на теории гиперустойчивости [13]. Выходные данные манипулятора сравниваются с выходными данными эталонной модели, что приводит к возникновению различия (ошибки). Эта ошибка используется адаптационным блоком для настройки параметров  $A$  и  $B$ , матриц динамической модели. Матрицы  $F_p$ ,  $F_v$ ,  $C_p$  и  $C_v$  используются с целью обеспечения устойчивости системы [15], а матрицы  $A$  и  $B$  рассматривались как постоянные в процессе адаптации. Для звена с одной степенью свободы известно, что матрица инерции  $A$  не меняется, и её динамическая формулировка не содержит нелинейного члена, то есть матрица  $B$  равна нулю. Таким образом, можно напрямую комбинировать ПИД регулирование и ЭМАУ контроллера, как показано на рисунке 3. Тем не менее, для сценария с несколькими степенями свободы невозможно напрямую объединить ПИД и ЭМАУ, как указано выше, поскольку матрицы  $A$  и  $B$  в их динамической формулировке изменяются при движении роботизированных манипуляторов, а также из-за несоответствия динамических уравнений ПИД и ЭМАУ. Однако, в статье [19] была предложена улучшенная версия системы ЭМАУ, которая может сочетать в себе ПИД и адаптивный контроллер улучшенной версии, поэтому комбинация ПИД и улучшенной ЭМАУ, описанной в статье [19], может быть разработана для манипуляторов с несколькими степенями свободы, как показано на рис. 4.



**Рисунок 4.** Комбинированная система ПИД и ЭМАУ  
для управления многозвенным роботом-манипулятором

Такую схему гибридного управления (рис. 4) применили для управления 2-х звенным роботом-манипулятором в данном исследовании.

*Моделирование и анализ управления двухзвенным роботом-манипулятором.* В соответствии с методом Лагранжа динамическое уравнение может быть представлено в виде (16):

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = A\ddot{\theta} + B = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\phi}_1 \\ \ddot{\phi}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

где  $a_{11} = (m_1 + m_2)L_1^2 + m_2l_2^2 + 2m_2l_1l_2\cos\phi_2$ ;  $a_{12} = m_{21} = m_2l_2^2 + m_2l_1l_2\cos\phi_2$ ;  $a_{22} = m_2l_2^2$ ;  $b_{11} = -2m_2l_1l_2\sin\phi_2\dot{\phi}_1\dot{\phi}_2 - m_2l_1l_2\sin\phi_2\dot{\phi}_2^2$ ;  $b_{21} = m_2l_1l_2\sin\phi_2\dot{\phi}_1^2$ ;  $m_1$  – масса первого звена,  $m_2$  – масса второго звена,  $\phi_1$  – угол между первым звеном и осью  $x$ ,  $\phi_2$  – угол между первым и вторым звеньями,  $l_1$  – длина первого звена,  $l_2$  – длина второго звена.

Репараметризация (16) может быть представлена в виде уравнения (17):

$$\begin{bmatrix} (m_1 + m_2)l_1^2 + m_2l_2^2 + 2m_2l_1l_2\cos\phi_2 & m_2l_2^2 + m_2l_1l_2\cos\phi_2 \\ m_2l_2^2 + m_2l_1l_2\cos\phi_2 & m_2l_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2m_2l_1l_2\sin\phi_2\dot{\phi}_1\dot{\phi}_2 - m_2l_1l_2\sin\phi_2\dot{\phi}_2^2 \\ m_2l_1l_2\sin\phi_2\dot{\phi}_1^2 \end{bmatrix} = W \cdot \begin{bmatrix} \Theta_1 \\ \Theta_2 \\ \Theta_3 \end{bmatrix} \quad (17)$$

Выбрав  $\Theta_1 = (m_1 + m_2)l_1^2 + m_2l_2^2$ ,  $\Theta_2 = m_2l_2^2$ ,  $\Theta_3 = m_2l_1l_2$  получим уравнение (18)

$$W = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & 2u_1\cos\phi_2 + u_2\cos\phi_2 - 2\dot{\phi}_1\dot{\phi}_2\sin\phi_2 - \dot{\phi}_2\dot{\phi}_2\sin\phi_2 \\ 0 & u_1 + u_2 & u_1\cos\phi_2 + \dot{\phi}_1\dot{\phi}_2\sin\phi_2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Воспользуемся для представления  $\tau$  выражением (19):

$$\tau = W \cdot \begin{bmatrix} \Theta_1 \\ \Theta_2 \\ \Theta_3 \end{bmatrix} - F_v \cdot erv - F_p \cdot erp \quad (19)$$

где  $\Theta$  – вектор неизвестных постоянных параметров.

Таким образом, получим обычное дифференциальное уравнение второго порядка (20):

$$\ddot{\phi} = \frac{W \cdot \begin{bmatrix} \Theta_1 \\ \Theta_2 \\ \Theta_3 \end{bmatrix} - F_v \cdot erv - F_p \cdot erp - B}{A} \quad (20)$$

где  $erv$  и  $erp$  представляют ошибку положения и ошибку скорости выхода шарнира соответственно. После вычисления ускорения сочленений осуществляется интегрирование по времени для определения скорости сочленений, а затем второе интегрирование для определения позиции сочленений.

Алгоритм адаптации можно представить в виде уравнения (21):



$$\int_0^T y^T(t) \tilde{A}u(t) dt = \int_0^T \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \tilde{a}_{11} & \tilde{a}_{12} \\ \tilde{a}_{21} & \tilde{a}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} dt = \int_0^T \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{a}_{11} & \tilde{a}_{12} \\ \tilde{a}_{21} & \tilde{a}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} dt \quad (21)$$

$$= \int_0^T \tilde{a}_{11} y_1 u_1 dt + \int_0^T \tilde{a}_{12} (y_1 u_2 + y_2 u_1) dt + \int_0^T \tilde{a}_{22} y_2 u_2 dt$$

Если выбрать  $\frac{d}{dt} \hat{a}_{11} = \frac{d}{dt} \tilde{a}_{11}(t) = k_{a_{11}} y_1 u_1$ , то может быть достигнута устойчивая система [6]. Применяя тот же анализ к двум другим членам уравнения (21), можно получить дифференциальное уравнение (22):

$$\frac{d}{dt} \hat{a}_{12}(t) = \frac{d}{dt} \tilde{a}_{12}(t) = k_{a_{12}} (y_1 u_2 + y_2 u_1), \frac{d}{dt} \hat{a}_{22}(t) = \frac{d}{dt} \tilde{a}_{22}(t) = k_{a_{22}} y_2 u_2 \quad (22)$$

Вывод для  $A$  завершен, прибегая к тому же методу, можно определить алгоритм адаптации для  $B$  в виде уравнения (23):

$$\frac{d}{dt} \hat{b}_{12}(t) = \frac{d}{dt} \tilde{b}_{12}(t) = k_{b_{12}} (2y_1 x_{v1} x_{v2} - y_2 x_{v1}^2) \quad (23)$$

Дальнейшее направление исследований включает компьютерную симуляцию разработанного алгоритма и сравнительный анализ сходящегося поведения и характеристик переходного процесса гибридной модели с характеристиками индивидуальной ПИД системы и системы ЭМАУ [13].

Научная новизна и практическая значимость разработки гибридной адаптивной системы управления двухзвенным роботом-манипулятором заключается в объединении кинематического и силового управления, что открывает широкие перспективы для роботизированных отраслей промышленности, позволяя управлять усилием, прилагаемым к рабочему инструменту манипулятора, а также увеличивая быстродействие и надежность управления роботом.

**Заключение.** В данном исследовании была разработана новая модель адаптивного управления двухзвенным роботом-манипулятором с использованием двух основных подходов: теории устойчивости Ляпунова и теории гиперустойчивости. Было последовательно применено кинематическое и силовое управление рабочим инструментом робота-манипулятора и разработана модель гибридной системы адаптивного управления путем объединения ПИД и ЭМАУ систем, исследована устойчивость полученной комбинированной системы и показано, что система устойчива и по характеристикам сходимости процесса превосходит индивидуальные системы ПИД и ЭМАУ.

*Благодарность.* Данное исследование финансируется Комитетом науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан (грант № AP13068317 «Разработка новых алгоритмов управления роботом – манипулятором для технологий 3D сканирования и аддитивного микроплазменного напыления покрытий»).

#### Список литературы

1. Pezzato C., Ferrari R., Corbato C.H. A Novel Adaptive Controller for Robot Manipulators Based on Active Inference // IEEE Robotics and Automation Letters. – 2020, vol. 5, no. 2, pp. 2973-2980, doi: 10.1109/LRA.2020.2974451.
2. Izadbakhsh A., Khorashadizadeh S., Ghandali S. Robust adaptive impedance control of robot manipulators using Szász-Mirakyan operator as universal approximator // ISA transactions. -2020, vol. 106, pp. 1–11, <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2020.06.017>.

3. Spong M.W. An Historical Perspective on the Control of Robotic Manipulators // *Annual Review of Control, Robotics, & Autonomous Systems*. -2022, vol. 5, pp. 1-31, 2022, <http://dx.doi.org/10.1146/annurev-control-042920-094829>.
4. Baressi Šegota S., Andelić N., Šercer M., Meštrić H. Dynamics Modeling of Industrial Robotic Manipulators: A Machine Learning Approach Based on Synthetic Data. // *Mathematics*. – 2022, vol. 10, issue 7, p. 1174, <https://doi.org/10.3390/math10071174>.
5. Singh G., Banga V.K. Kinematics and trajectory planning analysis based on hybrid optimization algorithms for an industrial robotic manipulators // *Soft Computing*. – 2022, vol. 26, pp. 11339–11372, <https://doi.org/10.1007/s00500-022-07423-y>
6. Jing X., Shujiang L., Hua Y., Dong Y. Model reference adaptive control for switched linear systems using switched multiple models control strategy // *Journal of the Franklin Institute*. – 2019, vol. 356, issue 5, pp. 2645-2667.
7. Dixit S, Montanaro U., Dianati M., Mouzakitis A., Fallah S. Integral MRAC With Bounded Switching Gain for Vehicle Lateral Tracking // *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. – 2021, vol. 29, no. 5, pp. 1936-1951.
8. Montanaro U., Martini S., Hao Zh., Gao Y, Sorniotti A. Multi-input enhanced model reference adaptive control strategies and their application to space robotic manipulators. *International journal of Robust and Nonlinear Control*, Volume 33, Issue 106 July 2023, pp. 5246-5272.
9. Jingzhuo S., Huang W. Model Reference Adaptive Iterative Learning Speed Control for Ultrasonic Motor // *IEEE Access*. -2020, vol. 8, pp. 181815-181824, doi: 10.1109/ACCESS.2020.3029106.
10. Shadrin G.K., Alontseva D.L., Krassavin A.L., Kussaiyn-Murat A.T. Synthesis of the Robotic Tool Motion-Control Algorithm Using Method of Correction Dynamics and Perturbations Compensation // *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*. 2019;20(8):472-481. <https://doi.org/10.17587/mau.20.472-481>.
11. Құсайын-Мұрат Ә.Т., Шадрин Г.К., Алонцева Д.Л. Метод компенсации динамики объекта и возмущения // *Творчество молодых - инновационному развитию Казахстана, Материалы VII международной научно-технической конференции студентов, магистрантов и молодых ученых – Усть-Каменогорск, 8, 9 апреля 2021. – Часть IV. – с. 190-194*
12. Gennady K. Shadrin, Darya L. Alontseva, Assel T. Kussaiyn-Murat, Albina T. Kadyroldina, Olzhas B. Ospanov, Tamás Haidegger. Application of Compensation Algorithms to Control the Movement of a Robot Manipulator // *Acta Polytechnica Hungarica* Vol. 17, No. 1, 2020, P. 191-214. DOI: 10.12700/APH.17.1.2020.1.1

#### Дополнительная литература

13. We B. Adaptive Control Design and Stability Analysis of Robotic Manipulators // *Actuators* 7. -2018, no. 4:89, doi:10.3390/act7040089.
14. Khatib O. A unified approach for motion and force control of robot manipulators: The operational space formulation // *IEEE Journal on Robotics and Automation*, - 1987, vol. 3, no. 1, pp. 43-53, doi: 10.1109/JRA.1987.1087068.
15. Landau Y.D. Adaptive control: The model reference approach // *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*. – 1984. – Vol. SMC-14. – No. 1. – Pp. 169-170. – Doi:10.1109/TSMC.1984.6313284.
16. Sharifi M., Behzadipour S., VossoughibG.R. Model reference adaptive impedance control in Cartesian coordinates for physical human-robot interaction // *Advanced Robotics*. - 2014, vol. 28, issue 19, pp. 1277–1290, <https://doi.org/10.1080/01691864.2014.933125>.
17. Ortega R., Panteley E., L1–“Adaptive” Control Always Converges to a Linear PI Control and Does Not Perform Better than the PI // *IFAC Proceedings Volumes*. – 2014, vol. 47, issue 3, pp. 6926-6928, <https://doi.org/10.3182/20140824-6-ZA-1003.00680>.
18. Jing Xie, Jun Zhao, H $\infty$  model reference adaptive control for switched systems based on the switched closed-loop reference model // *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*. -2018, vol. 27, pp. 92-106, <https://doi.org/10.1016/j.nahs.2017.07.003>.
19. Sadegh N., Horowitz R. Stability and Robustness Analysis of a Class of Adaptive Controllers for Robotic Manipulators // *The International Journal of Robotics Research*. - 1990, vol. 9, issue 3, pp. 74–92, <https://doi.org/10.1177/027836499000900305>
20. Sentis L., Park J., Khatib O. Compliant control of multi-contact and center of mass behaviors in humanoid robots // *IEEE Transactions on Robotics*. – 2010. – Vol. 26. – No. 3. – Pp. 483-501. – Doi: 10.1109/TRO.2010.2043757

#### References

1. Pezzato C., Ferrari R., Corbato C.H. A Novel Adaptive Controller for Robot Manipulators Based on Active

- Inference // IEEE Robotics and Automation Letters. – 2020, vol. 5, no. 2, pp. 2973-2980, doi: 10.1109/LRA.2020.2974451.
2. Izadbakhsh A., Khorashadizadeh S., Ghandali S. Robust adaptive impedance control of robot manipulators using Szász-Mirakyan operator as universal approximator // ISA transactions. -2020, vol. 106. – Pp. 1-11, <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2020.06.017>.
  3. Spong M.W. An Historical Perspective on the Control of Robotic Manipulators // Annual Review of Control, Robotics, & Autonomous Systems. – 2022. – Vol. 5. – Pp. 1-31, 2022, <http://dx.doi.org/10.1146/annurev-control-042920-094829>.
  4. Baressi Šegota S., Andelić N., Šercer M., Meštrić H. Dynamics Modeling of Industrial Robotic Manipulators: A Machine Learning Approach Based on Synthetic Data. // Mathematics. – 2022, vol. 10, issue 7, p. 1174, <https://doi.org/10.3390/math10071174>.
  5. Singh G., Banga V.K. Kinematics and trajectory planning analysis based on hybrid optimization algorithms for an industrial robotic manipulators // Soft Computing. – 2022, vol. 26, pp. 11339–11372, <https://doi.org/10.1007/s00500-022-07423-y>
  6. Jing X., Shujiang L., Hua Y., Dong Y. Model reference adaptive control for switched linear systems using switched multiple models control strategy // Journal of the Franklin Institute. – 2019, vol. 356, issue 5, pp. 2645-2667.
  7. Dixit S, Montanaro U., Dianati M., Mouzakitis A., Fallah S. Integral MRAC With Bounded Switching Gain for Vehicle Lateral Tracking // IEEE Transactions on Control Systems Technology. -2021, vol. 29, no. 5, pp. 1936-1951.
  8. Montanaro U., Martini S., Hao Zh., Gao Y, Sornioti A. Multi-input enhanced model reference adaptive control strategies and their application to space robotic manipulators. International journal of Robust and Nonlinear Control, Volume 33, Issue 106 July 2023, pp. 5246-5272.
  9. Jingzhuo S., Huang W. Model Reference Adaptive Iterative Learning Speed Control for Ultrasonic Motor // IEEE Access. -2020, vol. 8, pp. 181815-181824, doi: 10.1109/ACCESS.2020.3029106.
  10. Shadrin G.K., Alontseva D.L., Krassavin A.L., Kussaiyn-Murat A.T. Synthesis of the Robotic Tool Motion-Controlling Algorithm Using Method of Correction Dynamics and Perturbations Compensation.// Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie. 2019;20(8):472-481. <https://doi.org/10.17587/mau.20.472-481>.
  11. Kussaiyn-Murat A.T., Shadrin G.K., Alontseva D.L. Metod kompensacii dinamiki ob"ekta i vozmushcheniya // Tvorchestvo molodyh - innovacionnomu razvitiyu Kazahstana, Materialy VII mezhdunarodnoj nauchno-tekhnicheskoy konferencii studentov, magistrantov i molodyh uchenyh – Ust'-Kamenogorsk, 8, 9 aprelya 2021. – Chast' IV. – s. 190-194.
  12. Gennady K. Shadrin, Darya L. Alontseva, Assel T. Kussaiyn-Murat, Albina T. Kadyroldina, Olzhas B. Ospanov, Tamás Haidegger. Application of Compensation Algorithms to Control the Movement of a Robot Manipulator // Acta Polytechnica Hungarica Vol. 17, No. 1, 2020, P. 191-214. DOI: 10.12700/APH.17.1.2020.1.1

## Additional references

13. We B. Adaptive Control Design and Stability Analysis of Robotic Manipulators // Actuators 7. – 2018. – No. 4:89. – Doi:10.3390/act7040089.
14. Khatib O. A unified approach for motion and force control of robot manipulators: The operational space formulation // IEEE Journal on Robotics and Automation. – 1987. – Vol. 3. – No. 1. – Pp. 43-53. – Doi: 10.1109/JRA.1987.1087068.
15. Landau Y.D. Adaptive control: The model reference approach // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. – 1984. – Vol. SMC-14. – No. 1. – Pp. 169-170. – doi:10.1109/TSMC.1984.6313284.
16. Sharifi M., Behzadipour S., VossoughibG.R. Model reference adaptive impedance control in Cartesian coordinates for physical human-robot interaction // Advanced Robotics. – 2014. – Vol. 28. – Issue 19. – Pp. 1277-1290, <https://doi.org/10.1080/01691864.2014.933125>.
17. Ortega R., Panteley E., L1-“Adaptive” Control Always Converges to a Linear PI Control and Does Not Perform Better than the PI // IFAC Proceedings Volumes. – 2014. – Vol. 47. – Issue 3. – Pp. 6926-6928, <https://doi.org/10.3182/20140824-6-ZA-1003.00680>.
18. Jing Xie, Jun Zhao,  $H_\infty$  model reference adaptive control for switched systems based on the switched closed-loop reference model // Nonlinear Analysis: Hybrid Systems. – 2018. – Vol. 27. – Pp. 92-106, <https://doi.org/10.1016/j.nahs.2017.07.003>.
19. Sadegh N., Horowitz R. Stability and Robustness Analysis of a Class of Adaptive Controllers for Robotic Manipulators // The International Journal of Robotics Research. – 1990. – Vol. 9. – Issue 3. pp. 74–92, <https://doi.org/10.1177/027836499000900305>
20. Sentis L., Park J., Khatib O. Compliant control of multi-contact and center of mass behaviors in humanoid

robots // IEEE Transactions on Robotics. – 2010. – Vol. 26. – No. 3. – Pp. 483-501, doi:  
10.1109/TRO.2010.2043757

---

---