СӘУЛЕТ ЖӘНЕ ҚҰРЫЛЫС
АРХИТЕКТУРА И СТРОИТЕЛЬСТВО
ARCHITECTURE AND CONSTRUCTION

DOI 10.51885/1561-4212_2024_2_241
МҒТАА 67.03.03

С.Б. Ахажанов[1], Б.М. Нурланова[1], Л.К. Абеуова[1], А.Н. Мергенбекова[2]
[1]Қарағанды Бөкетов университеті, Қарағанды қ., Қазақстан
*E-mail: stjg@mail.ru**
E-mail: b.nurlanova@mail.ru
E-mail: alk83@mail.ru
[2]Қарағанды медицина университеті, Қарағанды қ., Қазақстан
E-mail: asel_45520@mail.ru

ЖҰҚА ИЗОТРОПТЫ ПЛАСТИНАЛАРДЫҢ ИІЛУІН ТАЛДАУ

АНАЛИЗ ИЗГИБА ТОНКИХ ИЗОТРОПНЫХ ПЛАСТИН

BENDING ANALYSIS OF THIN ISOTROPIC PLATES

Abstract. *In the field of modern construction, thin isotropic plates are widely used. The development of calculation methods and mathematical models for thin isotropic plates of rectangular shape is an important issue. The article examines the bending of a rectangular thin isotropic plate. The method of separation of variables is employed to derive the plate calculation theory. New formulas for the function of deflection and internal forces of the plate are determined. A simplified version of the classical theory is presented, defining the solution to the plate bending problem using simple polynomials. The values of the deflection function and internal forces of a rectangular thin isotropic plate are presented in the form of tables and diagrams. The obtained calculation results are compared with Navier's method and the finite element method. The results obtained completely coincide with the results obtained by other methods and thereby confirm the correctness of the proposed version of the theory.*
Keywords: *Thin isotropic plate, method of separation of variables, Navier's solution, deflection function, bending moment, transverse force, torque.*

Аңдатпа. *Қазіргі заманғы құрылыс саласында жұқа изотропты пластиналар кеңінен қолданылады. Тікбұрышты жұқа изотропты пластиналарды есептеу әдістері мен математикалық моделдерін құру маңызды мәселе болып табылады. Мақалада тікбұрышты жұқа изотропты пластинаның иілуі қарастырылған. Пластиналардың есептеу теориясын алу үшін айнымалыларды бөлу әдісі пайдаланылған. Пластинаның майысу функциясы мен ішкі күштерінің жаңа формулалары анықталған. Пластинаны иілуінің шешімін қарапайым полиномдар арқылы анықтайтын классикалық теорияның жеңілдетілген нұсқасы ұсынылған. Тікбұрышты жұқа изотропты пластинаның майысу функциясының және ішкі күштерінің мәндері кестелер мен эпюралар бойынша көрсетілген. Есептеу нәтижелері Навье және ақырлы элементтер әдістерімен салыстырылған. Алынған нәтижелер басқа әдістермен алынған нәтижелермен толығымен сәйкес келеді және ұсынылған теорияның нұсқасының дұрыстығын растайды.*
Түйін сөздер: *Жұқа изотропты пластина, айнымалыларды бөлу әдісі, Навье шешімі, майысу функциясы, иілу моменті, көлденең күш, бұралу моменті.*

Аннотация. *В сфере современного строительства широко используются тонкие изотропные пластины. Важным вопросом является разработка методов расчета и математических моделей тонких изотропных пластин прямоугольной формы. В статье рассмотрен изгиб прямоугольной тонкой изотропной пластины. Для вывода теории расчета пластин использован метод разделения переменных. Определены новые формулы функции прогиба и и внутренних сил пластины. Представлена упрощенная версия классической теории, определяющая решение задачи изгиба пластины с помощью простых полиномов. Значения функции прогиба и внутренних сил прямоугольной тонкой изотропной пластины представлены в виде таблиц и эпюр. Результаты расчета сравниваются с методом Навье и методом конечных элементов. Полученные результаты полностью совпадают с результатами,* *полученными другими методами и тем самым подтверждают правильность предложенного варианта теории.*

Ключевые слова: *Тонкая изотропная пластина, метод разделения переменных, решение Навье, функция прогиба, изгибающий момент, поперечная сила, крутящий момент.*

Кіріспе. Қазіргі заманғы өнеркәсінте, сондай-ақ құрылыста, иілуде жұмыс істейтін жұқа изотропты пластиналар түріндегі конструкцияның элементтері кеңінен қолданылады. Берілген жүктемелердің әсерінен мұндай элементтерді беріктікке, орнықтылыққа және тербеліс әсеріне есептеу конструкцияны жобалау процесінде қажетті кезеңдердің бірі болып саналады. Иілу деформациясына ұшырайтын жұқа қабырғалы конструкциялардың ерекшелігі ретінде қалыңдығы бойынша бірқалыпсыз таралған үлкен кернеулердің пайда болуын айтуға болады, бұл қолданылатын математикалық модельдер мен есептеу әдістерінің дәлдігіне жоғары талаптарды қояды. Осыған байланысты қарапайым геометриялық пішінді пластиналардың иілу есептерін шешудің аналитикалық әдістерін зерттеу мәселесі өзекті болады, яғни ол жаңа модельдерді әзірлеуде және есептеу үлгілерін құруда маңызды болып табылады.

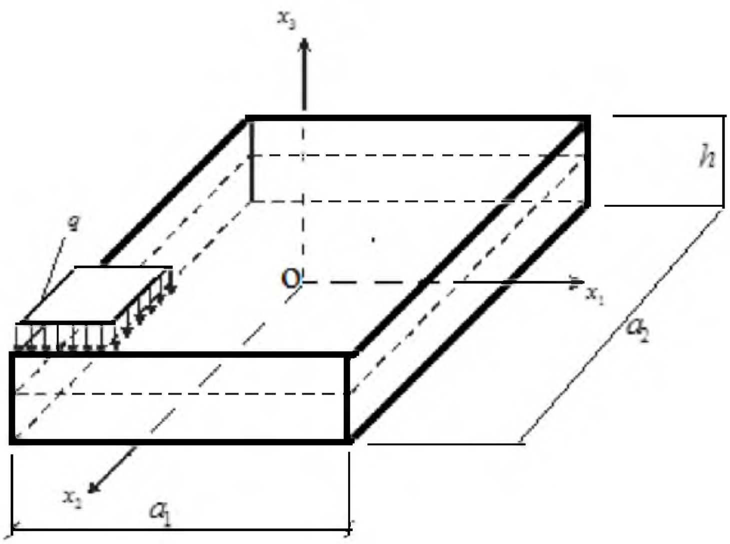
Изотропты пластинаның иілуінің классикалық теориясы Г. Кирхгоф гипотезаларын қолдану арқылы жасалады. Бұл теорияда жылжулар мен деформациялар, кернеулік күй, Гук заңдарының өрнектері және тепе-теңдік дифференциалдық теңдеулердің арнайы шешімдері қарастырылады.

Изотропты пластинаның иілуін есептеу үшін аналитикалық әдістер мен сандық әдістер қолданылады. Аналитикалық әдістер қатарына Ритц-Тимошенко, Бубнов-Галеркин, Канторович-Власов, Навье, Леви т.б. жатқызуға болады. Бұл әдістер бойынша пластинаның белгісіз майысу функциясының шешімі қатар түрінде ізделінеді.

Классикалық және нақтыланған пластиналар теориясымен көптеген зерттеушілер әртүрлі жағдайда теориялар құрып, талдаудар жасап келеді. Классикалық пластиналар теориясында ортаңғы беттегі нормаль сызықтық деформацияға дейін және одан кейін де өзгеріссіз қалады деген болжамға негізделген. Классикалық пластиналар теориясы негізінен жұқа пластиналарды есептеуде қолданылады [1,2]. Пластинаның иілу сипаттамаларынан ұзындығы мен еніне қарағанда қалыңдығының әсері көп болатындығын көруге болады [3,4]. Зерттеушілер қалың пластиналарды есептеуде ығысу деформациясының әсері ескерілмегендіктен, классикалық теорияның жарамсыз екенін анықтады [5-8]. Бұл кемшілік пластинаның нақтыланған теориясының дамуына әкелді [9-11]. Сонымен қатар, әртүрлі бекітілген тікбұрышты пластинаны ақырлы элементтер әдісімен есептеу келесі жұмыстарда кездеседі [12-15].

Тікбұрышты жұқа изотропты пластинаны есептеуде классикалық теорияның көптеген кемшіліктері болғандықтан, мақалада есептеу әдістерін жетілдіру және нақтыланған теорияларды құру ұсынылады. Бұл жұмыста тікбұрышты жұқа изотропты пластинаны есептеу үшін айнымалыларды бөлу әдісі қолданылады. Пластинаның майысу функциясы арқалықтың майысу функцияларының көбейтіндісі түрінде қабылданады. Бұл ұсынылған әдіс арқылы пластиналардың кернеулік-деформациялық күйін оңай түрде анықтауға болады.

Материалдар және зерттеу әдістер. Тікбұрышты жұқа изотпропты пластинаны координаттық жүйеде қарастырайық (1-сурет). Координаттық жүйеде жұқа изотпропты пластина былайша қабылданады: $-z_1 \leq x_1 \leq z_1$, $-z_2 \leq x_2 \leq z_2$, $-z_3 \leq x_3 \leq z_3$, $z_1 = \frac{a_1}{2}, z_2 = \frac{a_2}{2}$, $z_3 = \frac{h}{2}$, мұндағы a_1, a_2, h – пластинаның x_1, x_2, x_3 координаттық өстері бойындағы өлшемдері. Бұл пластинаға әсер ететін сыртқы көлденең күштің қарқындылығы $q(x_1, x_2)$ болып табылады.



1-сурет. Тікбұрышты жұқа изотропты пластина

Осы пластинаны есептеу үшін Кирхғоф-Лявтың классикалық теориясын қолданайық. Классикалық теорияны жүзеге асыру келесі әдісті пайдалану арқылы жүргізіледі:

– Майысу функңиясы анықталады.

$$W(x_1,x_2) = W_0 \cdot f(x,y),\ \ f(x,y) = X(x)\cdot Y(y),\ \ x = \frac{x_1}{a_1},\ y = \frac{x_2}{a_2}, \tag{1}$$

мұнда W_0 – ең үлкен майысу, $f(x,y)$ – пластинаның өлшемсіз майысу функңиясы, $X(x)$, $Y(y)$ – пластинаның талшықтарының (арқалықтардың) шекаралық шарттарды қанағаттандыратын белгілі өлшемсіз функңиялары, (x,y) – өлшемсіз координаталар.

– Бұрылу бұрыштары табылады.

$$\theta_1 = -\theta_1^0\,\frac{\partial f}{\partial x},\ \theta_1^0 = \frac{W_0}{a_1},\ \theta_2 = -\theta_2^0\,\frac{\partial f}{\partial y},\ \theta_2^0 = \frac{W_0}{a_2}, \tag{2}$$

мұнда θ_1,θ_2 – пластинаның нормалының x_1,x_2 – координаттық өстер бойындағы бұрылу бұрыштары.

– Ішкі күштер анықталады.

$$\begin{gathered}
M_1 = -M_1^0\cdot m_1(x,y),\ \ M_1^0 = \frac{D\cdot W_0}{a_1^2},\ \ m_1(x,y) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \nu\cdot m^2\,\frac{\partial^2 f}{\partial y^2},\\
M_2 = -M_2^0\cdot m_2(x,y),\ \ M_2^0 = \frac{D\cdot W_0}{a_2^2},\ \ m_2(x,y) = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\nu}{m^2}\cdot\frac{\partial^2 f}{\partial x^2},\\
M_{12} = -M_{12}^0\,\frac{\partial^2 f}{\partial x\,\partial y},\ \ M_{12}^0 = \frac{D(1-\nu)\cdot W_0}{a_1\,a_2},\ \ m^2 = \frac{a_1^2}{a_2^2},\\
Q_1 = -Q_1^0\cdot q_1(x,y),\ \ Q_1^0 = \frac{D\cdot W_0}{a_1^3},\ \ q_1(x,y) = \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} + m^2\,\frac{\partial^3 f}{\partial x\,\partial y^2},\\
Q_2 = -Q_2^0\cdot q_2(x,y),\ \ Q_2^0 = \frac{D\cdot W_0}{a_2^3},\ \ q_2(x,y) = \frac{\partial^3 f}{\partial y^3} + \frac{1}{m^2}\cdot\frac{\partial^3 f}{\partial y\,\partial x^2},\\
\overline{M}_{12} = \frac{M_{12}^0}{k^2 a_1^2}\frac{\partial q_1}{\partial y} = \frac{M_{12}^0}{k^2 a_2^2}\frac{\partial q_2}{\partial x},
\end{gathered} \tag{3}$$

мұнда M_1,M_2 – x_1,x_2 координаттық өстері бойындағы иілу моменттері, M_{12} – (классикалық теория), $\overline{M}_{12}$ – (ұсынылып отырған жаңа теория) пластинаның шеттеріндегі бұралу моменттері, Q_1,Q_2 – координаттық өстерге x_1,x_2 – перпендикуляр көлденең күштер, m^2 – пластинаның өлшемдерінің квадратының қатынасы, D – ңилиндрлік қатаңдық, ν – Пуассон коэффиңиенті.

Сыртқы көлденең күштің қарқындылығы ішкі көлденең күштің қарқындылығы арқылы анықталады.

$$D\nabla^2\nabla^2 W = q(x,y),$$
$$P_0 \cdot S(x,y)q = (x,y), \tag{4}$$
$$P_0 = \frac{D \cdot W_0}{a_1^2 a_2^2}, \quad S(x,y) = \frac{1}{m^2} \cdot \frac{\partial^4 f}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 f}{\partial x^2 \partial y^2} + m^2 \frac{\partial^4 f}{\partial y^4},$$

мұнда $q(x,y)$ – пластинаға x_3 өсі бойымен әсер ететін сыртқы жайылған жүктеменің қарқындылығы, P_0 – майысу параметрі, $S(x,y)$ – пластинаның ішкі күштерінің қарқындылығы.

(4) теңдеуді түрлендіру арқылы тепе-теңдік теңдеуінің шарттары алынады.

$$\text{a) } P_0^1 = \frac{q(x_0,y_0)}{S(x_0,y_0)},$$
$$\text{b) } P_0^2 = \frac{\int_{-z}^{z}\int_{-z}^{z} q(x,y)dxdy}{\int_{-z}^{z}\int_{-z}^{z} S(x,y)dxdy}, \tag{5}$$
$$\text{c) } P_0^3 = \frac{\int_{-z}^{z}\int_{-z}^{z} q(x,y)\cdot f(x,y)dxdy}{\int_{-z}^{z}\int_{-z}^{z} S(x,y)\cdot f(x,y)dxdy}, \quad z = \frac{1}{2},$$

мұнда x_0, y_0 – пластинаның таңдап алынған нүктесінің координаталары, a) сыртқы және ішкі жүктемелердің теңдігі, b) сыртқы және ішкі жүктемелердің тең әсерлі күштерінің теңдігі, c) осы жүктемелердің жұмыстарының теңдігі.

Пластинаның деформациялық күйінің параметрі анықталады.

$$\text{a) } k^2 a_1^2 \left.\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right|_{y=y_0}^{x=x_0} = -\left.\frac{\partial q_1}{\partial y}\right|_{y=y_0}^{x=x_0},$$
$$\text{b) } \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + m^2 \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -k^2 a_1^2 f(x,y), \tag{6}$$
$$\text{c) } k^2 a_1^2 = \frac{X''(x_0)}{X(x_0)} + m^2 \frac{Y''(y_0)}{Y(y_0)},$$

мұнда a) нүктедегі бұралу моменттерінің теңдігі ($M_{12} = \overline{M}_{12}$), b) мембрананың еркін тербеліс теңдігінің меншікті саны түрінде, c) арқалықтық майысу функцияларын қолдану арқылы.

Пластинаның шеттері мынандай шекаралық шарттар орындалады:

а) пластинаның шеттері $x_1 = \pm z_1$ топсалы тірелген болғанда

$$W = W_0 \cdot f(\pm z, y) = 0, M_1 = -M_1^0 \cdot m(\pm z, y) = 0, \theta_2 = 0 \tag{7}$$

б) пластинаның шеттері $x_2 = \pm z_2$ бекітілген болғанда

$$W = W_0 \cdot f(x, \pm z) = 0, \ \theta_1 = 0, \theta_2 = 0 \tag{8}$$

в) пластинаның шеттері $x_1 = \pm z_1$ бос болғанда (байланыс болмаса)

$$Q_1 = -Q_1^0 \cdot q_1(\pm z, y) = 0, \ M_1 = 0, \ \overline{M}_{12} = \frac{M_{12}^0}{k^2 a_1^2} \frac{\partial q_1}{\partial y} \tag{9}$$

(9)-шы шарттағы бұралу моменті ($\overline{M}_{12}$) көлденең күш (Q_1) өрнегін қолдану арқылы анықталады.

Ұсынылған айнымалыларды бөлу әдісі бойынша кез келген пластина келесі алгоритм бойынша есептеледі:

1) Координаттық жүйе және есептеу үлгісі (пластина, жақтардағы байланыстар, сыртқы күштер) таңдалынып алынады;

2) Пластинаның талшықтарының (көлденең, тік) өлшемсіз майысу функциялары $X(x), Y(y)$ арқалықтардың нормаланған майысу функциялары түрінде қабылданады;

3) Пластинаның өлшемсіз майысу функциясы (1) табылады да, оның туындылары анықталады;

4) Ішкі күштердің таралу функциялары (3) табылады;

5) Пластинаның шеттеріндегі шекаралық шарттардың (7)-(9) орындалуы тексеріледі.

6) Үлкен майысу параметрі P_0 (5) бойынша табылып, бұрылу бұрыштарының және ішкі күштердің көбейткіштері анықталады;

7) Бұрылу моментінің параметрі (6) анықталып, оның өзгеру заңдылығы табылады;

8) Пластинаның шеттеріндегі көлденең күштердің (тік реакциялардың) тең әсерлі күштері анықталады;

9) Пластинаның тепе-теңдігі және иілу есебінің дұрыстығы тексеріледі;

10) Пластинаның деформациялық және кернеулік күйлерін сипаттайтын эпюралар тұрғызылып, олар бойынша талдау және қорытынды жасалынады.

Шеттері әртүрлі бекітілген тікбұрышты жұқа изотропты пластинаның деформациялық және кернеулік күйлерін анықтайтын формулалар (1)-(9) болып табылады.

Осы алгоритм бойынша шеттері топсалы бекітілген тікбұрышты жұқа изотропты пластинаның иілуінің есебін шығарайық.

Нәтижелері және оларды талқылау. Шеттері топсалы бекітілген тікбұрышты жұқа изотропты пластинаға тұрақты таралған күш $q(x_1, x_2) = q_0$ түсірілген (1-сурет). Пластинаның деформациялық және кернеулік күйін анықтау керек.

Пластинаның барлық шеттері топсалы тіректер арқылы бекітілген болғандықтан, оның талшықтарының өлшемсіз майысу функцияларын белгілі арқалықтардың майысу функциялары түрінде аламыз.

$$X(x) = 1 - \frac{24}{5}x^2 + \frac{16}{5}x^4, \quad Y(y) = 1 - \frac{24}{5}y^2 + \frac{16}{5}y^4 \tag{10}$$

Осы (10) формуланы қолданып, тікбұрышты жұқа изотропты пластинаның майысу функциясы (1) мен ішкі күштерінің (3) нәтижелері кестелер мен графиктер түрінде анықталды.

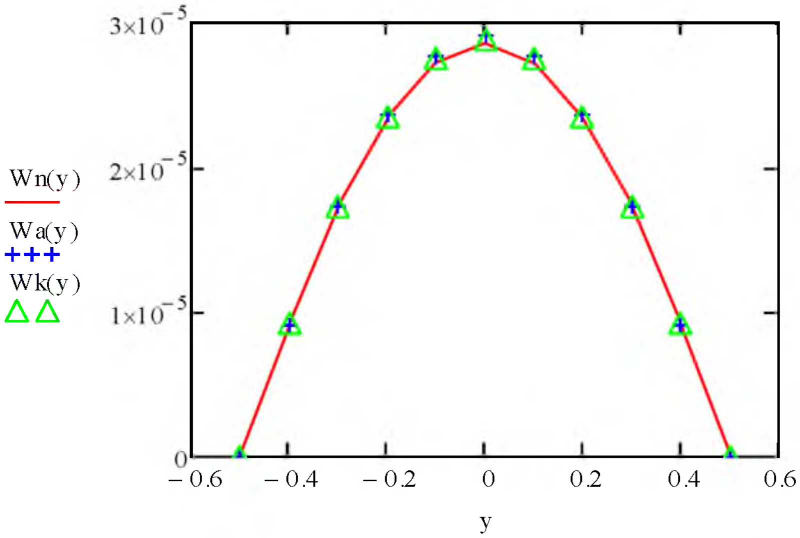
1-кесте. Топсалы бекітілген пластинаның майысу функциясының ең үлкен мәндері

a_2/a_1	a_1/h	Әдіс	W_{max}	%	a_2/a_1	a_1/h	Әдіс	W_{max}	%
1	5	Навье	0,0000286	1,8	2	5	Навье	0,0000712	4,6
		Ақырлы элементтер	0,0000288				Ақырлы элементтер	0,0000728	
		Ұсынылған	0,0000290				Ұсынылған	0,0000745	
	10	Навье	0,0002285	1,8		10	Навье	0,0005695	4,6
		Ақырлы элементтер	0,0002310				Ақырлы элементтер	0,0005845	
		Ұсынылған	0,0002327				Ұсынылған	0,0005956	
	100	Навье	0,2284890	1,8		100	Навье	0,5695823	4,6
		Ақырлы элементтер	0,2299445				Ақырлы элементтер	0,5889811	
		Ұсынылған	0,2327075				Ұсынылған	0,5956077	

2-кесте. Топсалы бекітілген пластинаның ішкі күштерінің ең үлкен мәндері

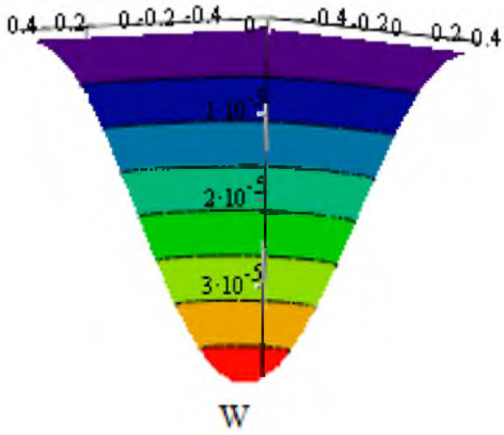
a_2/a_1	a_1/h	Әдіс	M_{1max}	M_{2max}	Q_{1max}	Q_{2max}	M_{12max}
1	10	Навье	0,0459	0,0459	0,3120	0,3120	0,0345
		Ақырлы элементтер	0,0482	0,0482	0,3054	0,3054	0,0368
		Ұсынылған	0,0496	0,0496	0,2860	0,2860	0,0386
		%	8,0	8,0	8,3	8,3	11,8

1-кестеде тікбұрышты пластинаның шеттерінің өлшемдерінің қатынасы және бір жағының өлшемінің қалыңдығына қатынасы әртүрлі болған жағдайдағы ең үлкен майысу функциясының Навье, ақырлы элементтер мен ұсынылған айнымалыларды бөлу әдісі бойынша табылған мәндері көрсетілген. 2-кестеде тікбұрышты жұқа изотропты пластинаның иілу моменттері, көлденең күштері және бұралу моментінің ең үлкен мәндері анықталған. 2-суретте тікбұрышты жұқа изотропты пластинаның бір талшығының майысу функциясының максимал мәндері Навье, ақырлы элементтер әдісі және айнымалыларды бөлу әдісі арқылы табылып, мәндері салыстырылған. 3-6 суреттерде ұсынылған әдіс бойынша тікбұрышты жұқа изотропты пластинаның майысу функциясы мен ішкі күштерінің эпюралары тұрғызылған. Кестелер және суреттерден айнымалыларды бөлу әдісінің басқа әдістермен салыстырғандағы майысу функциясы мен ішкі күштерінің мәндерінің алшақтығы аз болатындығын көруге болады.

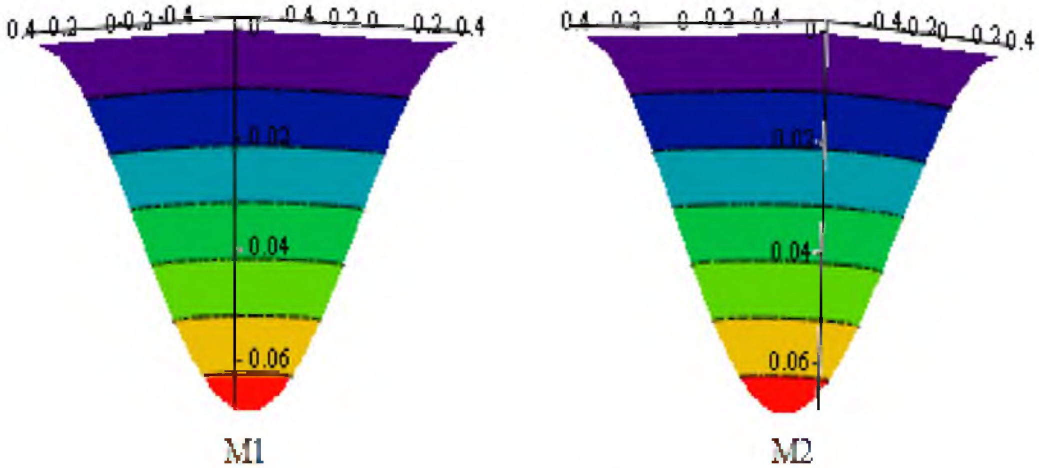


2-сурет. Ең үлкен майысу функциясының эпюрасы

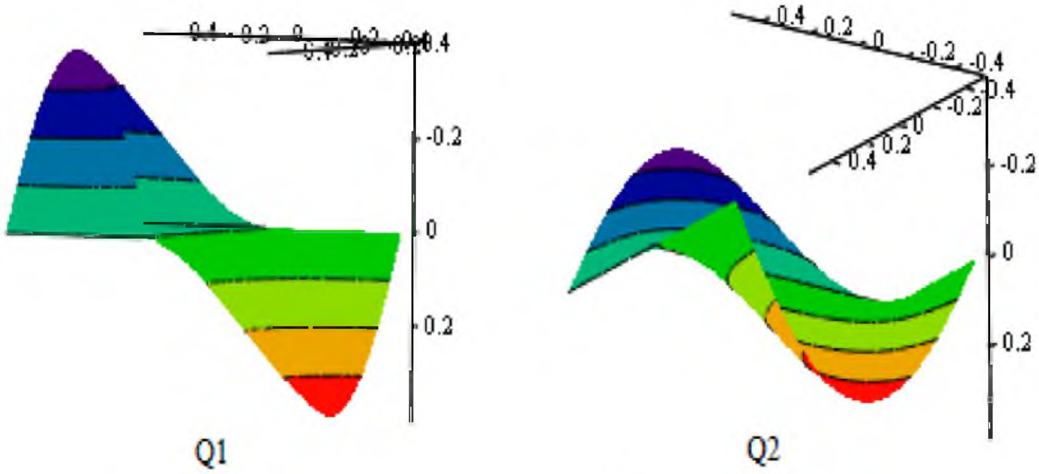
мұндағы W_n – Навье әдісі, W_k – ақырлы элементтер әдісі, W_a – айнымалыларды бөлу әдісімен табылған ең үлкен майысу функциясының мәндері.



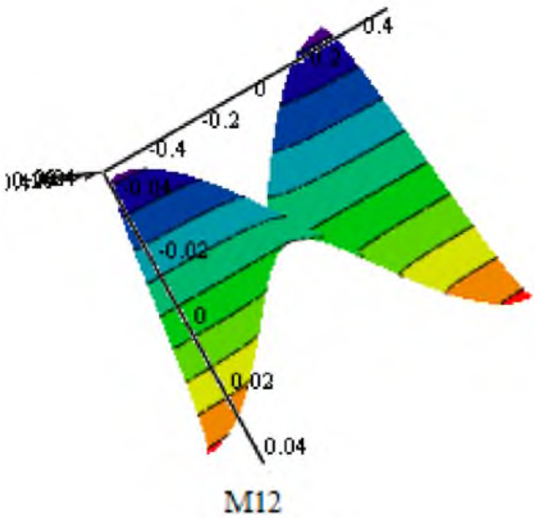
3-сурет. Майысу функциясының эпюрасы



4-сурет. Иілу моменттерінің эпюрасы



5-сурет. Көлденең күштердің эпюрасы



6-сурет. Бұралу моментінің эпюрасы

Қорытынды. Алынған нәтижелерді саралай келе келесі қорытындыларға келуге болады:

1. Айнымалыларды бөлу әдісі бойынша басқа аналитикалық және сандық әдістерден қарағанда пластинаның иілу есебінің шешімін қарапайым полиномдар арқылы алып, жалпыланған қатаңдығы бар арқалықтың иілу есебіне келтіруге болатындығы анықталды.
2. Мысал түрінде шеттері топсалы тірелген тікбұрышты изотропты пластинаның иілу есебі шығарылды.
3. Есептеу нәтижелері кестелер мен эпюралар түрінде көрсетіліп, аналитикалық Навье әдісі және ақырлы элементтер әдісімен салыстырылды.
4. Салыстыру барысында пластинаның майысу функциясы мен ішкі күштерінің мәндерінде алшақтық өте аз болғандықтан, ұсынылған әдіс арқылы алынған нәтижелердің дұрыстығын көруге болады.

Ұсынылып отырған айнымалыларды бөлу әдісімен кез келген түрде бекітілген тікбұрышты изотропты пластинаның кернеулік-деформациялық күйі қарапайым түрде анықталады.

References

1. Mathieu G.O., Tyekolo D., Belay S. The nonlinear bending of simply supported elastic plate // Rudn Journal of Engineering Researches. – 2017. – 18(1). – P. 58-69. DOI: 10.22363/2312-8143-2017-18-1-58-69.
2. Fogang V. Bending Analysis of Isotropic Rectangular Kirchhoff Plates Subjected to a Thermal Gradient Using the Fourier Transform Method // Preprints. – 2021. – 2021060479. DOI: 10.20944/preprints202106.0479.v1
3. Mama B.O., Oguaghamba O.A., Ike C.C. Single Finite Fourier Sine Integral Transform Method for the Flexural Analysis of Rectangular Kirchhoff Plate with Opposite Edges Simply Supported, Other Edges Clamped for the Case of Triangular Load Distribution // IJERT. – 2020. – 13(7). – P. 1802-1813. DOI: 10.37624/IJERT/13.7.2020.1802-1813
4. Mama B.O., Nwoji C.U., Ike C.C., Onah H.N. Analysis of simply supported rectangular Kirchhoff plates by the finite Fourier sine transform method // International Journal of Advanced Engineering Research and Science. – 2017. – 4(3). – P. 285–291. DOI: 10.22161/ijaers.4.3.44
5. Ezeh J.C., Ibearugbulem O.M., Ettu L.O., Gwarah L.S., Onyechere I.C. Application of shear deformation theory for analysis of CCCS and SSFS rectangular isotropic thick plates // Journal of Mechanical and Civil Engineering (IOSR-JMCE). – 2018. – 15(5). – P. 33 – 42. DOI: 10.9790/1684-1505023342
6. Khoma I.Y., Proshchenko T.M. The Stress State of a Transversely Isotropic Plate with a Curvilinear Hole for a Given Splitting Force on the Boundary Surface // Int. Appl. Mech. – 2019. – 55. – P. 434–448. DOI: 10.1007/s10778-019-00963-1
7. Onodagu P.D., Aginam C.H., Uzodinma C.F. Flexural Analysis of Thick Isotropic Rectangular Plates Using Orthogonal Polynomial Displacement Functions // European Journal of Engineering and Technology Research. – 2021. – 7(6). – P. 144 – 152. DOI: 10.24018/ejers.2021.6.7.2690
8. Onyechere C., Ibearugbulem O.M., Anya U.C., Anyaogu L., Awodiji C.T.G. Free-vibration study of thick rectangular plates using polynomial displacement functions // Saudi Journal of Engineering and Technology. – 2020. – 5(2). – P. 73-80. DOI: 10.36348/sjet.2020.v05i02.006
9. Enem J.I. Nonlinear Analysis of Isotropic Rectangular Thin Plates Using Ritz Method // Saudi Journal of Engineering and Technology. – 2022. – 7(8). – P. 502-512. DOI: 10.36348/sjet.2022.v07i08.011
10. Onyeka F.C., Edozie O.T. Analytical Solution of Thick Rectangular Plate with Clamped and Free Support Boundary Condition Using Polynomial Shear Deformation Theory // Advances in Science, Technology and Engineering Systems Journal. – 2021. – 6(1). – P. 1427–1439. DOI: 10.25046/aj0601162
11. Ibearugbulem M.O., Onyeka F.C. Moment and Stress Analysis Solutions of ClampedRectangular Thick Plate // European Journal of Engineering Research and Science. – 2020. – 5(4). – P. 531-534. DOI: 10.24018/ejers.2020.5.4.1898
12. Sobamowo M.G., Agbelusi C.T., Oladosu S.A., et al. Finite element analysis of vibration of an isotropic thin rectangular plate subjected to differentboundary conditions under point and uniformly distributed loadings. – Aeron Aero Open Access J. – 2022. – 6(4). – P. 196-205. DOI: 10.15406/aaoaj.2022.06.00162