

АҚПАРАТТЫҚ ТЕХНОЛОГИЯЛАР
ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ
INFORMATION TECHNOLOGY

DOI 10.51885/1561-4212_2023_2_114

MPHTI 28.23.27

И.Б. Карымсакова¹, Д.Б. Бекенова², Д.Б. Кенебаева², Л.М. Абдибекова², Д.О. Кожаметова¹¹«Шәкәрім атындағы университет» КеАҚ, Семей қ., Қазақстан²Туран-Астана университеті, Астана қ., ҚазақстанE-mail: indviki@mail.ru*E-mail: daryba@mail.ruE-mail: dinara_bzh@mail.ruE-mail: moimir.85@bk.ruE-mail: dinara_kozhahmetova@mail.ru**ҮШІНШІ ЖӘНЕ ТӨРТІНШІ РЕТТІ ЭРМИТ СПЛАЙНДАРЫ КӨМЕГІМЕН
ПРОГРАММАЛЫҚ ҚОЗҒАЛЫСТАРДЫ ҚҰРУ ЕРЕКШЕЛІКТЕРІ****ОСОБЕННОСТИ ПОСТРОЕНИЯ ПРОГРАММНЫХ ДВИЖЕНИЙ ПРИ ПОМОЩИ
СПЛАЙНОВ ЭРМИТА ТРЕТЬЕГО И ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКОВ****FEATURES OF CONSTRUCTING PROGRAM MOVEMENTS USING HERMITE
SPLINES OF THE THIRD AND FOURTH ORDERS**

Аңдатпа. Мақалада роботты кешеннің көмегімен кейінгі микроплазмалық бұрку үшін бағдарламалық қозғалыс траекторияларын құру мақсаты қойылған. Мақалада ұсынылған зерттеу нәтижелері Робот қозғалысын одан әрі құру әдістерін практикалық қолдануға бағытталған. Үшінші және төртінші ретті эрмит сплайндарын қолдану арқылы ұсынылған тәсіл жылдамдықты ескере отырып қозғалыс траекториясын құруға мүмкіндік береді. Қозғалыс құрылысының әртүрлі траекториялары қарастырылды. Сплайн құру алгоритмі көрсетілді. Матлаб ортасында үшінші және төртінші ретті сплайндарға арналған траекториялар салынды. Роботтың қозғалыс траекториясын құру үшін Төртінші ретті эрмит сплайн таңдалды, ол таңдалған траектория бойынша белгілі бір жылдамдықпен жүру шартын қанағаттандырады және минималды ауытқуларға ие.

Түйін сөздер: эрмит сплайн, бағдарламалық траектория, функцияның тегістігі, интерполяция, траектория құру.

Аннотация. В статье поставлена цель построить программные траектории движения для последующего микроплазменного напыления при помощи роботизированного комплекса. Результаты исследований, предлагаемые в статье, ориентированы на практическое использование методов для дальнейшего построения движения робота. Предлагаемый подход с использованием сплайнов Эрмита третьего и четвертого порядков позволяет построить траектории движения с учетом скорости. Были рассмотрены различные траектории построения движений. Был показан алгоритм построения сплайна. В среде Матлаб были построены траектории для сплайнов третьего и четвертого порядков. Для построения траекторий движения робота был выбран сплайн Эрмита четвертого порядка, который удовлетворяет условию прохождения по выбранной траектории с определенными скоростями и имеет минимальные отклонения.

Ключевые слова: сплайн Эрмита, программные траектории, гладкость функций, интерполирование, построение траекторий

Abstract. The aim of the article is to construct program trajectories of motion for subsequent microplasma spraying using a robotic complex. The research results proposed in the article are focused on the practical use of methods for further construction of robot movement. The proposed approach using Hermite splines of the third and fourth orders makes it possible to construct motion trajectories taking into account speed. Various trajectories of movement construction were considered. An algorithm for constructing a spline was shown. Trajectories for splines

of the third and fourth orders were constructed in the Matlab environment. To construct the trajectories of the robot's movement, a fourth-order Hermite spline was chosen, which satisfies the condition of passing along the selected trajectory with certain speeds and has minimal offsets.

Keywords: Hermite spline, program trajectories, smoothness of functions, interpolation, construction of trajectories.

Kipicne. Механикалық қозғалыстарды интерполяциялау үшін сплайндар кеңінен қолданылады. Роботтардың орындаушы механизмдерінің координаталары әрбір бөлік жалпыланған координаталардың біреуін басқаратындай алынады, олар осы бөліктердің сигналдары болып табылады.

Басқарушы сигналдарды модельдеу үшін жалпыланған координаталар мәндерінің матрицасы, мынадай тәуелділік құрылады:

$$\begin{aligned} q_i(t), i = 1, \dots, l \\ q_i(t_j) = q_i^j, j = 0, 1, 2, \dots, m, \end{aligned} \quad (1)$$

мұнда $t_0, t_1, \dots, t_m \in [0, T]$ интервалындағы нүктелер жиыны, $t_0 = 0, t_m = T$.

Бұл жетек блогтарын басқару дұрыс болу үшін қосымша шарттар қойылуы мүмкін. Модельдеу жасалатын уақыт ұзақтығы интервалының ұзындығы туралы мәселе де қойылады. t_j уақытындағы осы траекторияның түйіндері анықталу керек. Роботталған манипулятор жетек блогтарын басқаруды жоспарлау алгоритмдерінің көптеген түрлері бар.

Басқарушы сигналдарды модельдеу алгоритмінің есептері:

- осы процестің ұзақтығын анықтау;
- интервалды белгілі кесінділерге бөлу;
- кез келген уақыт моментіне басқаруды анықтау.

Бұл мақаланың негізгі идеясы – манипуляциялық роботтың бағдарламалық қозғалыс траекторияларын құру.

Зерттеу мақсаты – манипуляциялық роботтың бағдарламалық қозғалыс траекторияларын құру үшін сплайндар әдісін қолдану.

Зерттеу объектісі – манипуляциялық робот.

Зерттеу пәні – манипуляциялық роботтың қозғалысын ақпараттық және математикалық қамтамасыз ету.

Зерттеу міндеттері – манипуляциялық роботтың қозғалысын құру.

Зерттеу әдістері – математикалық модельдеу әдістері, имитациялық модельдеу.

Зерттеудің ғылыми жаңалығы – манипуляциялық роботтың бағдарламалық қозғалыс траекторияларын құру үшін Эрмиттің үшінші және төртінші дәрежелі сплайндар әдісін қолдану.

Негізгі бөлім. Манипуляциялық роботтың қозғалысын жоспарлау үшін қозғалыстың математикалық моделін құрайық. Траекторияны жоспарлау барысында алынған манипуляциялық роботтың жалпыланған координаталар мәні – нүктелер жиыны берілсін. Белгілі уақыт моментінде мәндермен сәйкес келетін жалпыланған координаталардың уақыт моментіндегі үздіксіз функциясын құру керек. Түйіндеріндегі белгілі мәндері бойынша интерполяциялық сплайн құру керек.

Әрбір жалпыланған координата бойынша жеке интерполяция жүргізуге болатындай манипуляциялық роботтың әрбір еркіндік дәрежесі және оған сәйкес жалпыланған координата тәуелсіз жетек блогымен басқарылады деп есептейік.

Интерполяциялық полиномдарды құру әдістерінің көптеген түрлері болады. Олардың ішінде қазіргі уақытта сплайндар көмегімен интерполяция жасау кеңінен тараған. Ол Лагранж, Ньютон, Гаусс және т.б. әдістермен салыстырғанда тиімді болып табылады [1-

4]. Траекторияларды қалыптастыру бойынша әдістер 1-кестеде келтірілген.

1-кесте. Траекторияларды қалыптастыру бойынша әдістер

№	Траекторияны құру әдісі	Артықшылықтары	Кемшіліктері
1	Полиномиалдық интерполяция	Манипулятор қысқышының тегіс қозғалуы	Екінші туындының үздіксіздік шарты орындалмайды
2	Лагранжполиномдары	Есептеулердің қателігінің аз болуы	Түйіндер саны көбейгенде полиномды қайта құру керек
3	Ньютополиномдары	Түйіндер саны әртүрлі болатын функцияларды интерполяциялау	Шектік аралықтарда интерполяция қателегінің өсуі
4	Үшінші және төртінші дәрежелі сплайндармен интерполяциялау	Манипулятор қысқышының тегіс қозғалуы	Шектік аралықтарда интерполяция қателегінің өсуі
5	Лагранж-Эйлер моделі көмегімен интерполяциялау	Манипулятор қысқышының тегіс қозғалуы	Екінші туындының үздіксіздік шарты орындалмайды
6	Гаусс әдісі	Қалдық мәндерінің ең тиімді бағалауы	Екінші туындының үздіксіздік шарты орындалмайды
7	Интегралды көпбейінділік әдісі	Оптималды траектория бойынша қозғалыс	Екінші туындының үздіксіздік шарты орындалмайды
8	Үшінші дәрежелі сплайндармен интерполяциялау	Манипулятор қысқышының тегіс қозғалуы	Екінші туындының үздіксіздік шарты орындалмайды

Механикалық қозғалыстарды интерполяциялау үшін үшінші дәрежелі сплайндар кеңінен қолданылады. Әрбір интервалда тұрақты коэффициентті болатын үшінші дәрежелі алгебралық полиномдар. Имплантқа тиімді бүркүді жасау мәселесін оптималды шешу үшін келесі шарттардың орындалуы қажет:

- белгілі нүктелердің бірінші туынды мәнімен сәйкес келу;
- полиномның екінші туындылары үздіксіз болуы.

Қозғалыстың заңдарын құру үшін қолданылатын манипуляциялық роботтардың динамикалық сипаттамаларымен байланысты. Өндірістік роботты басқару жүйесі роботтың әрбір жалпыланған координатасы бойынша жылдамдықты және мәндерін алуға және өзгертуге мүмкіндік береді. Сплайндарды құру мәселесі жағынан ол сол түйіндерден өту және әрбір түйінде белгілі жылдамдықтармен қозғалуын көрсетеді.

Үшінші ретті сплайн келесі түрде болады:

$$q_i(t) = \sum_{l=0}^3 a_i^{(l)} (t_{i+1} - t)^l, \quad (2)$$

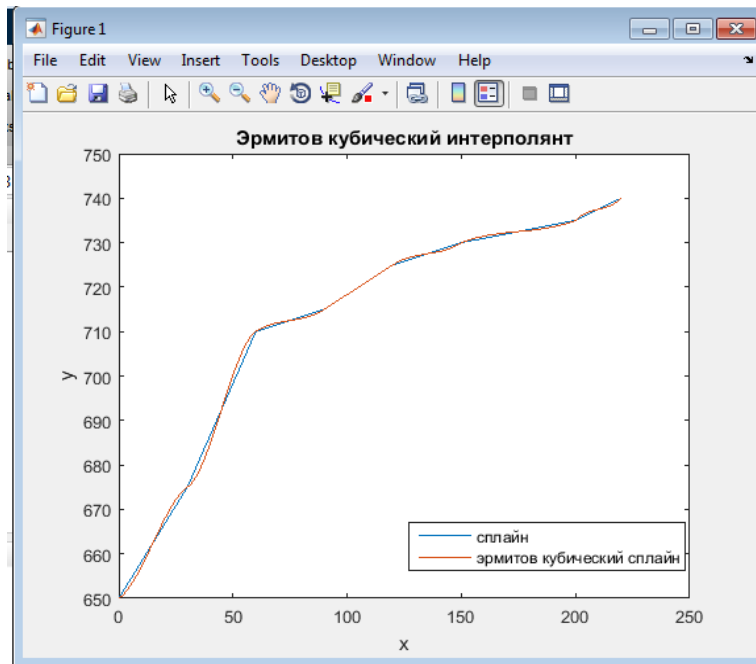
әрбір i – координатасы үшін t_1, t_2, \dots, t_n түйіндерде келесі шарттарды қанағаттандыру керек:

$$q_i(t) = \theta_i; \quad q_i(t_{i+1}) = \theta_{i+1}; \quad \dot{q}_i(t_i) = v_i; \quad \dot{q}_i(t_{i+1}) = v_{i+1}, i = \overline{1, n-1}, \quad (3)$$

мұнда $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ – функцияның осы нүктелердегі мәндері, яғни $\theta(t_i) = \theta_i$, ал $v_i = v(t_i)$ – жалпыланған координаталардағы жылдамдықтары, бұл сплайн Эрмит сплайны деп аталады.

Сплайнның белгісіз коэффициенттері сызықтық алгебра әдістерімен табылады, көбінесе қайталама әдісі қолданылады.

Бірақ үшінші ретті Эрмит сплайны үшін нүктелерде екінші туындының үздіксіздік қасиеті орындалмайды (1-сурет). Нүктелерде екінші туындының үздіксіздігін қамтамасыз ету үшін сплайнның ретін жоғарылату және интерполяциялық функцияны төртінші ретті дәрежелі функция ретінде құру ұсынылады.



1-сурет. Эрмиттің үшінші дәрежелі сплайны

Мәселенің математикалық есебі: келесі шарттарды қанағаттандыратын төртінші дәрежелі функцияны құру:

- $[t_1, t_n]$ интервалында үздіксіздік қасиетін қамтамасыз ететін;
- оның бірінші және екінші рет туындылары да үздіксіз болатын;
- функция берілген нүктелерден берілген жылдамдықпен өтетін

$$\begin{aligned}
 q_i(t_{i+1}) &= \theta_{i+1}, \\
 \dot{q}_i(t_{i+1}) &= v_{i+1}, \\
 q_i(t_{i+1}) &= q_{i+1}(t_{i+1}), \\
 \dot{q}_i(t_{i+1}) &= \dot{q}_{i+1}(t_{i+1}), \\
 \ddot{q}_i(t_{i+1}) &= \ddot{q}_{i+1}(t_{i+1})
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

Траекторияның шеттерінде келесі шарттар қосылады: $q_1(t_1) = \theta_1, q_{n-1}(t_n) = \theta_n$.

Сплайнды келесі түрде құрамыз [5-6]:

$$q_i(t) = \sum_{l=0}^4 a_i^{(l)} (t_{i+1} - t)^l, \quad i = \overline{1, n-1}.
 \tag{5}$$

Осы есептің шешуін Matlab ортасында қарастырайық.

MATLAB техникалық есептеулер тілі және қосымша ToolBox'-тар әртүрлі мәліметтерге жуықтауды құру және интерполяциялаудың кең мүмкіндіктерін береді, интерполяциялаудың ең қарапайым функциялардан бастап ең күрделі функцияларына дейін қамтамасыз етілген.

MATLAB құралдары келесі есептерді шешуге мүмкіндік береді:

- ең кіші квадраттар әдісімен полиномдарды жуықтау;
- сплайндар көмегімен әртүрлі мәліметтерді интерполяциялау;
- әртүрлі құрылымды мәліметтерді интерполяциялау;
- есептеу геометрия есептерін шешу;
- сызықтық емес модельдерде таңдау параметрлерін іске асыру.

Basic Fitting қосымшасы MATLAB-тың көптеген функцияларына графикалық интерфейс болып табылады. Мүмкіндіктері:

- бір өлшемді мәліметтерді үшөлшемді сплайндармен интерполяциялау;
- қалыпты және мәліметтердің біркелкілігін сақтайтын сплайндармен интерполяциялау (Эрмиттің үшінші дәрежелі сплайндары);
- мәліметтерді ең кіші квадраттар әдісі бойынша көпмүшеліктермен жуықтау.

Қозғалыс траекториясын ұсынылған сплайндармен құрайық

Эрмит сплайнын құратын кірістірілген функциялар түйіндердің мәндерімен құрады.

Траекторияны құру үшін жалпыланған координаталар мәні интерполяцияланатын функция мәніне теңестіріледі, ал осы функция туындысының мәндері жылдамдық мәндеріне теңестіріледі [7-8].

Эрмиттің үшінші дәрежелі сплайн құратын m кpp-көрініс функциясы келесі түрде болуы мүмкін:

```
function p=cubic(x,y,d);
n=length(x);
a=zeros(n-1,4);
for =1:n-1
a(j,1)=2*y(j)-2*y(j+1)+d(j)+d(j+1);
a(j,2)=-3*y(j)+3*y(j+1)-2*d(j)-d(j+1);
a(j,3)=d(j);
a(j,4)=y(j);
a(j,1)=a(j,1)/(x(j+1)-x(j))^3;
a(j,2)=a(j,2)/(x(j+1)-x(j))^2;
a(j,3)=a(j,3)/(x(j+1)-x(j))^1;
a(j,4)=a(j,4);
end;
```

Функцияға қойылатын мәндер:

```
x=[0 50 75 100 120 150 210 250];
y=[655 680 715 720 730 735 745 750];
dl=[1 1 1 1 1 1 1];
pl=cubic(x,y,dl);
xx=0:.10:220;
yy1=ppval(pl,xx);
plot(x,y,xx,yy1);
axis([0 250 600 750]);
title('Эрмитов кубический интерполянт')
xlabel('x'); ylabel('y');
```

legend('сплайн', 'эрмитов кубический сплайн')

Эрмиттің үшінші дәрежелі сплайнын құрғанда функцияның майдалық қасиеті орындалады, яғни таңдалған траектория бойынша белгілі жылдамдықпен қозғалу шарты орындалады. Бірақ Эрмиттің үшінші дәрежелі сплайны осы сплайнның түйіндерінде екінші туындының үздіксіздік қасиетін қамтамасыз етпейді [9-13].

Сплайнның түйіндерінде екінші туындының үздіксіздік қасиетін қамтамасыз төртінші дәрежелі сплайн құрайық. Ол үшін сплайн коэффициенттерін табу керек. Алғашқы коэффициенттерді келесідей есептейміз:

$$\begin{aligned} f(1,3) &= (3/t(1)) * ((2 * (G(1) - G(2)) / t(1)) + p(1) + p(2)); \\ f(1,4) &= (1/(t(1))^2) * ((8 * (G(2) - G(1)) / t(1)) - (3 * p(2) + 5 * p(1))); \\ f(1,5) &= (1/(t(1))^3) * ((3 * (G(1) - G(2)) / t(1)) + t(2) + 2 * t(1)). \end{aligned}$$

Полиномның басқа коэффициенттерін келесідей есептеуге болады:

$$\begin{aligned} f(1,3) &= f(1-1,3) + (3 * (p(1+1) - p(1)) / t(1)) + 6 * (G(1) - l(1+1)) / (t(1))^2; \\ f(1,4) &= -(2 * f(1-1,3) / t(1)) + (5 * (p(1+1) - p(1)) / (t(1))^2) - 8 * (p(1+1) * t(1) + G(1) - G(1+1)) / (t(1))^3; \\ f(1,5) &= (f(1-1,3) / (t(1))^2) - (2 * (p(1+1) - v(1)) / (t(1))^3) + 3 * (p(1+1) * t(1) + G(1) - G(1+1)) / (t(1))^4; \\ f(1,1) &= G(1+1); f(1,2) = p(1+1). \end{aligned}$$

Эрмиттің үшінші дәрежелі жылдамдық алдын ала берілген сплайн құратын mkrp-көрініс функциясы келесі түрде болуы мүмкін:

```
function p=cubic(r,Q,z);
l=length(r);
b=zeros(l-1,4);
for k=1:l-1
b(k,1)=2*Q(k)-2*Q(k+1)+z(k)+z(k+1);
b(k,2)=-3*Q(k)+3*Q(k+1)-2*z(k)-z(k+1);
b(k,3)=z(k);
b(k,4)=Q(k);
b(k,1)=b(k,1)/(r(k+1)-r(k))^3;
b(k,2)=b(k,2)/(r(k+1)-r(k))^2;
b(k,3)=b(k,3)/(r(k+1)-r(k))^1;
b(k,4)=b(k,4);
end;
p=mkrr(r,b);
```

Эрмиттің төртінші дәрежелі сплайн құратын mkrp-көрініс функциясы келесі түрде болуы мүмкін:

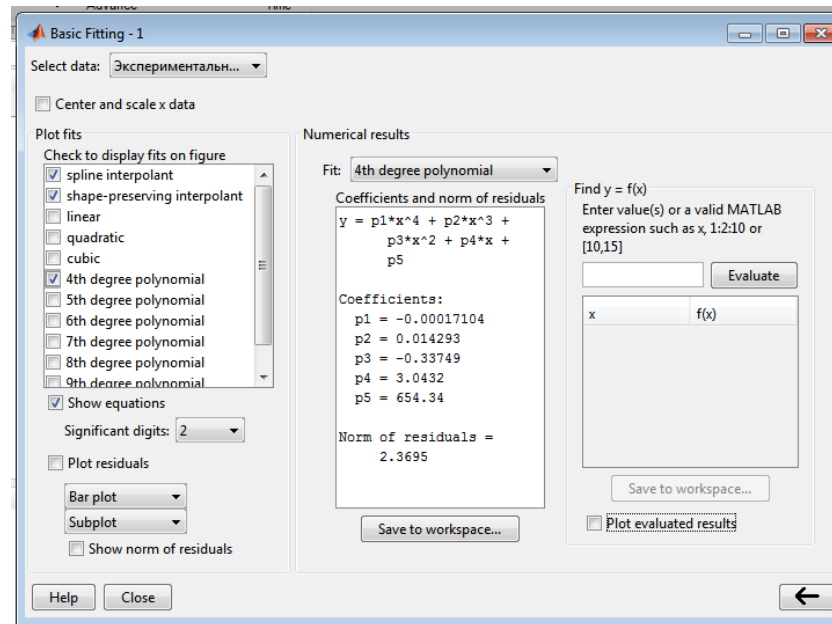
```
functionr = spline4(s,O,g);
d= length(s);
c= zeros(d-1, 5); m(1)=s(2)-s(1);
c(1,3)=(3/m(1))*((2*(O(1)-O(2))/m(1))+g(1)+g(2));
c(1,4)=(1/(m(1))^2)*((8*(O(2)-O(1))/m(1))-(3*g(2)+5*g(1)));
c(1,5)=(1/(m(1))^3)*((3*(O(1)-O(2))/m(1))+g(2)+2*g(1));
for i=2:d-1
m(u) =s(u+1)-s(u);
c(u,3)=c(u-1,3)+(3*(g(u+1)-g(u))/m(u))+6*(O(u)-O(u+1))/(m(u))^2;
c(u,4)=-(2*c(u-1,3)/m(u))+5*(g(u+1)-g(u))/(m(u))^2-8*(g(u+1)*m(u)+O(u)-O(u+1))/(m(u))^3;
c(u,5)=(c(u-1,3)/(m(u))^2)-(2*(g(u+1)-g(u))/(m(u))^3)+3*(g(u+1)*m(u)+O(u)-O(u+1))/(m(u))^4;
c(u,1)=O(u+1); c(u,2)=g(u+1);
```

```

c(u,5)=c(u,5)/(s(u+1)-s(u))^4;
c(u,4)=c(u,4)/(s(u+1)-s(u))^3;
c(u,3)=c(u,3)/(s(u+1)-s(u))^2;
c(u,2)=-c(u,2)/(s(u+1)-s(u))^1;
c(u,1)=c(u,1);
end;
p=mkpp(s,c);

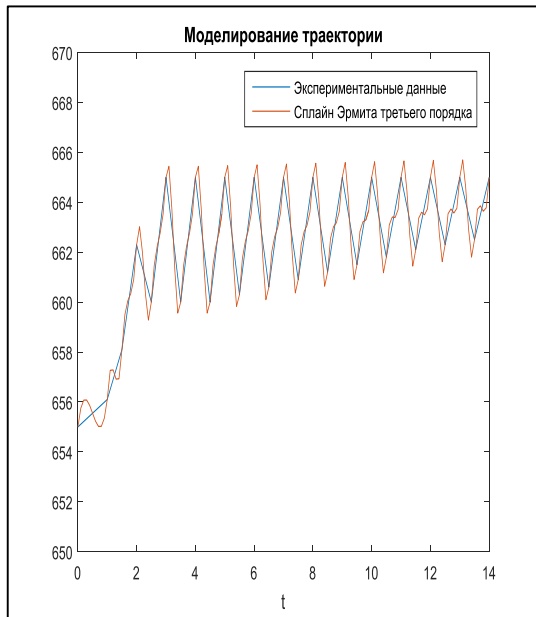
```

Әрбір жалпыланған координата үшін уақыт және жылдамдық мәнін қоя отырып, 6 түрлі импланттарға келесі нәтижелер аламыз. Абсцисса осі бойынша – траекторияның түйіндері, ординаталар осі бойынша – жалпыланған координата мәндері көрсетілген. BasicFitting құралы көмегімен әрбір модель үшін жуықтау қателігі есептеледі (2-8-суреттер).

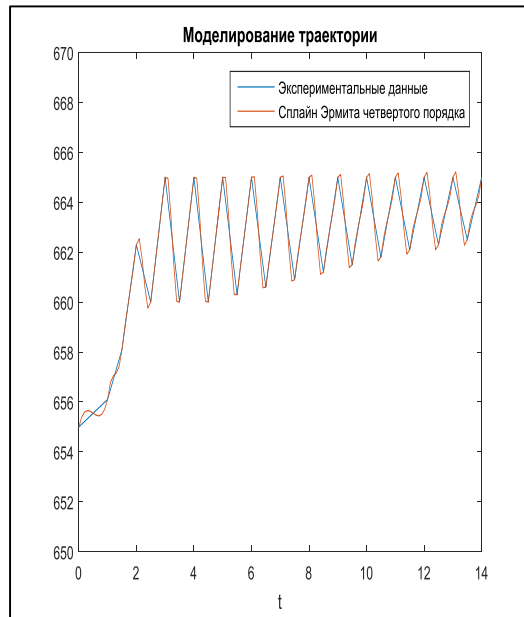


2-сурет. Жуықтау қателіктерін есептеу

1. Жамбас имплантына Эрмиттің үшінші және төртінші дәрежелі модельдері



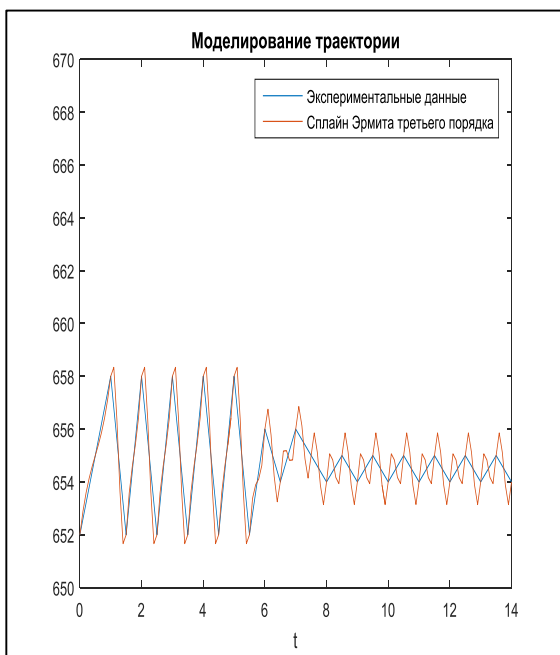
Жуықтау қателігі – 0,05



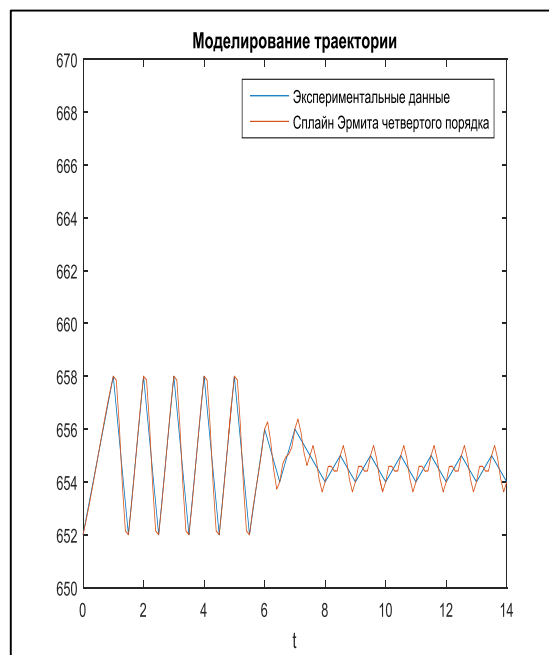
Жуықтау қателігі – 0,04

3-сурет. Жамбас имплантына Эрмиттің үшінші және төртінші дәрежелі модельдері

2. Иық имплантына Эрмиттің үшінші және төртінші дәрежелі модельдері



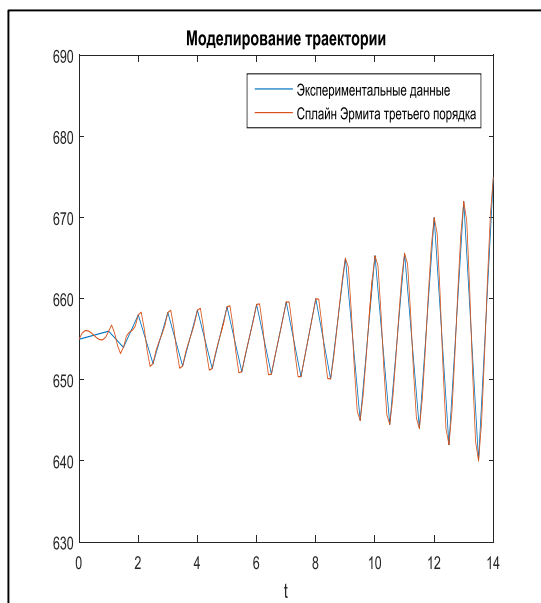
Жуықтау қателігі – 0,047



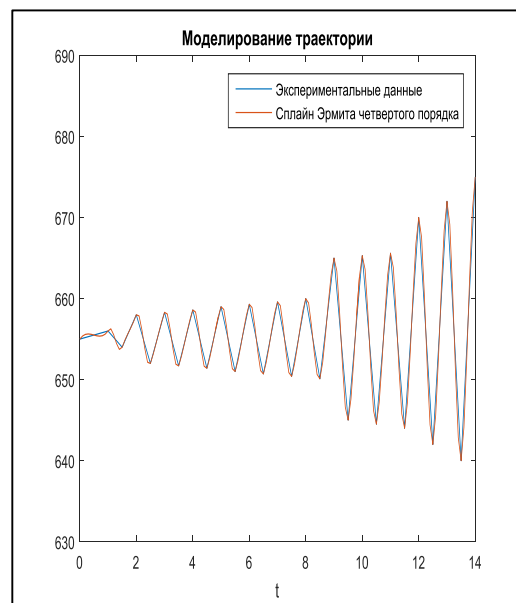
Жуықтау қателігі – 0,038

4-сурет. Иық имплантына Эрмиттің үшінші және төртінші дәрежелі модельдері

3. Жіліншек имплантына Эрмиттің үшінші және төртінші дәрежелі модельдері



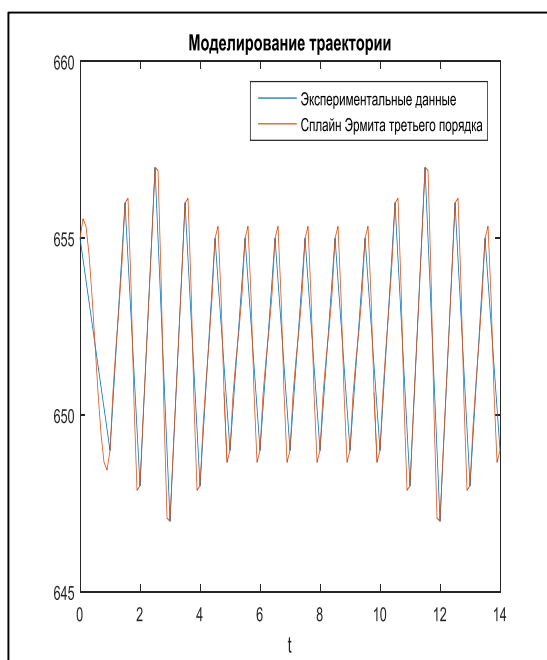
Жуықтау қателігі – 0,044



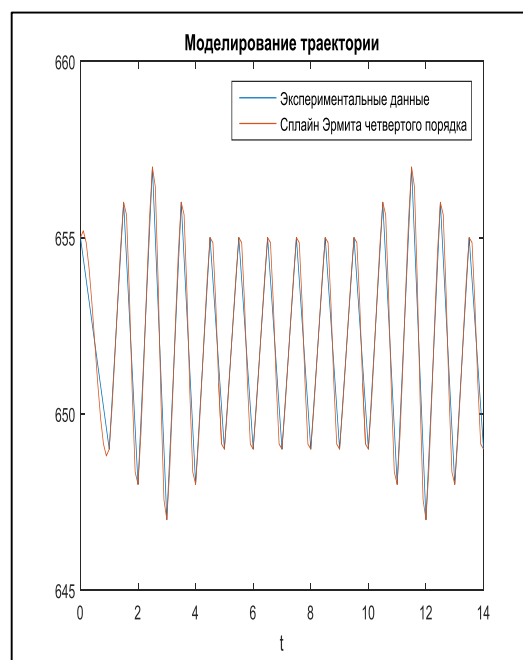
Жуықтау қателігі – 0,038

5-сурет. Жіліншек имплантына Эрмиттің үшінші және төртінші дәрежелі модельдері

4. Омыртқа имплантына Эрмиттің үшінші және төртінші дәрежелі модельдері



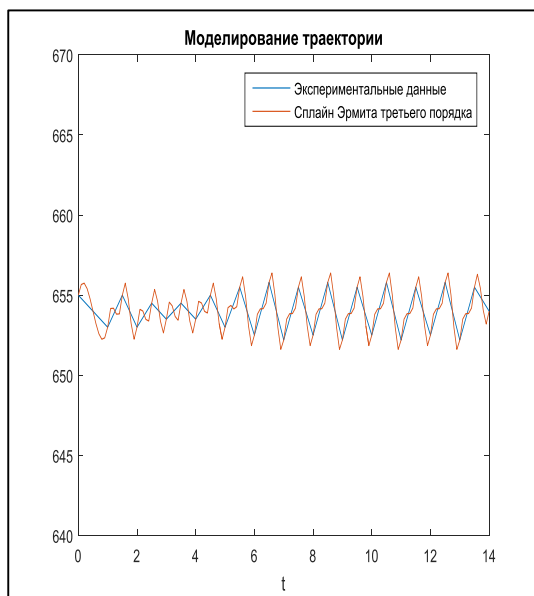
Жуықтау қателігі - 0,046



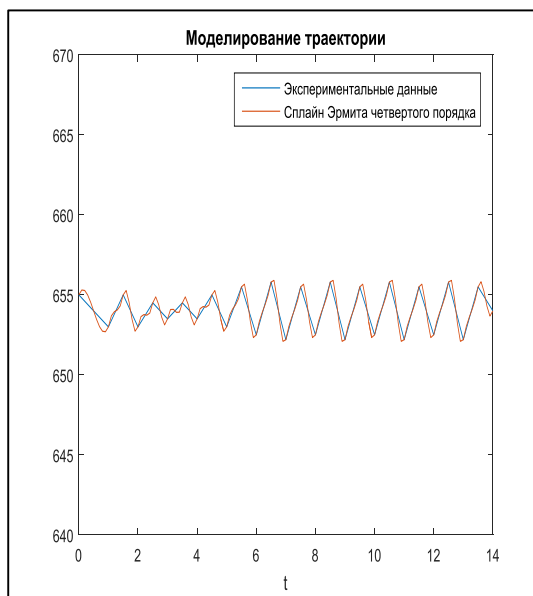
Жуықтау қателігі - 0,039

6-сурет. Омыртқа имплантына Эрмиттің үшінші және төртінші дәрежелі модельдері

5. Саусақ имплантына Эрмиттің үшінші және төртінші дәрежелі модельдері



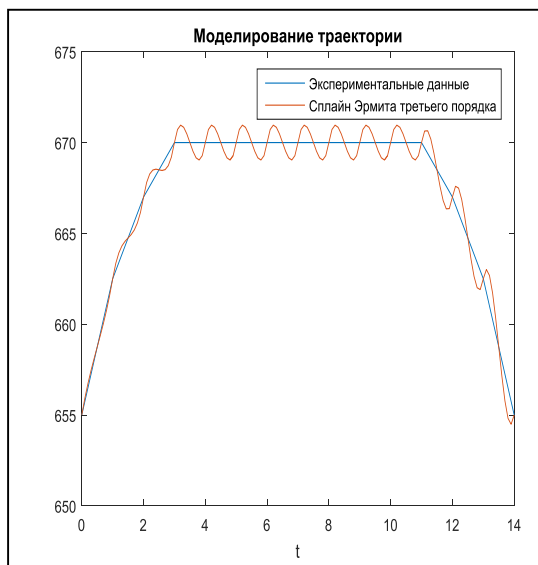
Жуықтау қателігі - 0,045



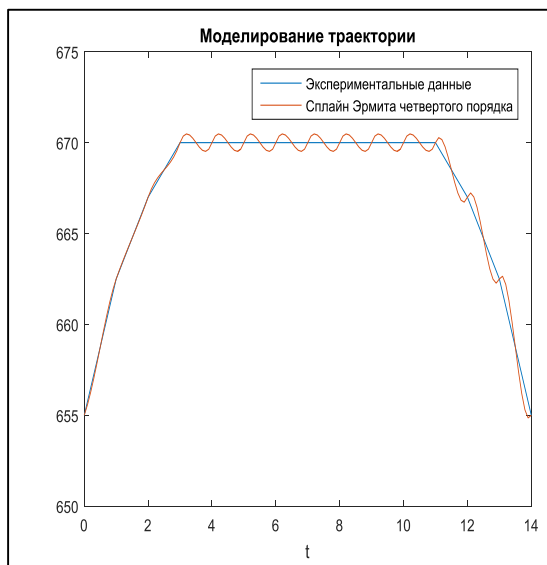
Жуықтау қателігі - 0,036

7-сурет. Саусақ имплантына Эрмиттің үшінші және төртінші дәрежелі модельдері

6. Мойын имплантына Эрмиттің үшінші және төртінші дәрежелі модельдері



Жуықтау қателігі - 0,047



Жуықтау қателігі - 0,039

8-сурет. Мойын имплантына Эрмиттің үшінші және төртінші дәрежелі модельдері

3-8 суреттерде берілген нүктелер, үшінші дәрежелі және төртінші дәрежелі Эрмит сплайны көрсетілген (абсцисса осі бойынша – өту уақыты, ордината осі бойынша – сәйкес жалпыланған координата көрсетілген).

3-8 суреттерден көретініміз құрылған Эрмит сплайндарына Функция майдалығы шарты орындалады, яғни тандалған траектория бойынша белгілі жылдамдықпен өту

орындалады. Эрмит полиномдарын құрғанда интерполяциялаудың салыстырмалы қателігі 0-ге жуық болу керек (немесе өте аз болу керек), өйткені үшінші және төртінші дәрежелі Эрмит сплайндары интерполяциялық сплайндар болып табылады және де олардың мәндері интерполяция нүктелеріндегі мәндермен сәйкес болады [14-15]. Модельдеу нәтижелерін салыстыру 2-кестеде келтірілген.

2-кесте. Шаңдату траекториясын модельдеу

Класс	Шаңдату траекториясын модельдеу			Қорытынды
	Типі	3-ретті ауытқу	4-ретті ауытқу	
1-класс	Жамбас импланты	0,05	0,04	Төртінші дәрежелі Эрмит сплайнын қолданғанда қателік аз болады, сәйкесінше функция майдалық қасиеті орындалады
	Жіліншік импланты	0,047	0,038	Төртінші дәрежелі Эрмит сплайнын қолданғанда қателік аз болады, сәйкесінше функция майдалық қасиеті орындалады
	Иық импланты	0,044	0,038	Төртінші дәрежелі Эрмит сплайнын қолданғанда қателік аз болады, сәйкесінше функция майдалық қасиеті орындалады
2-класс	Омыртқа импланты	0,046	0,039	Төртінші дәрежелі Эрмит сплайнын қолданғанда қателік аз болады, сәйкесінше функция майдалық қасиеті орындалады
	Мойын импланты	0,045	0,036	Төртінші дәрежелі Эрмит сплайнын қолданғанда қателік аз болады, сәйкесінше функция майдалық қасиеті орындалады
	Саусақ импланты	0,047	0,039	Төртінші дәрежелі Эрмит сплайнын қолданғанда қателік аз болады, сәйкесінше функция майдалық қасиеті орындалады

2-кестеден көретініміз, төртінші дәрежелі Эрмит сплайнын қолданғанда үшінші дәрежелі Эрмит сплайнын қолданғанға қарағанда қателік аз болады, ол берілген мәндерге оптималды жақын болатын сплайн құрылғанын көрсетеді.

Траекторияны модельдеу үшін Эрмиттің төртінші дәрежелі сплайны таңдалды, өйткені оны қолданғанда функция майдалық қасиеті орындалады, екінші туынды үздіксіздік қасиеті орындалады және де жуықтау қателегі аз болады.

Қорытынды. Бұл мақалада траекторияларды құру әдістері талданды. Әрбір әдістеменің артықшылықтары мен кемшіліктері аталды.

Эрмит сплайндар әдісі көмегімен оптималды шаңдату траекториясы құрылды.

Төртінші дәрежелі Эрмит сплайнын қолданғанда үшінші дәрежелі Эрмит сплайнын қолданғанға қарағанда қателік аз болады, ол берілген мәндерге оптималды жақын

болатын сплайн құрылғанын көрсетеді.

Траекторияны модельдеу үшін Эрмиттің төртінші дәрежелі сплайны таңдалды, өйткені оны қолданғанда функция майдалық қасиеті орындалады, екінші туынды үздіксіздік қасиеті орындалады және де жуықтау қателегі аз болады.

Әдебиеттер тізімі

1. Попов Е.П., Верещагин А.Ф., Зенкевич С.Л. Манипуляционные роботы: динамика и алгоритмы. – М.: Наука, 2018. – 400 с.
2. Krak Yu.V. Dynamics of Manipulation Robots: Numerical-Analytical Method of Formation and Investigation of Computational Complexity // Journal of Automation and Information Sciences. 2019. Vol. 31, Issue 1-3. – Pp. 212-128
3. Krak Yu.V. Method for construction of dynamics equations for manipulating robots in numerical-analytical form // Izvestiya Akademii Nauk. Teoriya i Sistemy Upravleniya. 1993. (1). – Pp. 137-141. ISSN: 00023388
4. Завьялов У.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн-функций. – М., Наука, 1980.
5. Кириченко Н.Ф., Сорока Р.А., Крак Ю.В. «Манипуляционные роботы. Алгоритмическое и программное обеспечение средств управления движением», учебное пособие, Киев КГУ, 1987
6. Интерполяция. 20.08.2020. URL: <https://refdb.ru/look/1629442-pall.html>
7. Золотых Н.Ю. Matlab в научных исследованиях. Нижегородск, 2004
8. Методы интерполяции в Матлаб. 15.05.2020. URL: <http://geum.ru/next/art-295114.php>
9. Karymsakova I.B., KrakYu.V., Denissova N.F. Criteria for implants classification for coating implants using plasma spraying by robotic complex // Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications. – 2017. – Volume 5, Issue 3. – P.44-52.
10. Karymsakova I.B., Denissova N.F., Kumargazhanova S.K., Kraklu. V. Robotic plasma spraying system for implants of complex structure: methods and solutions, International Journal of Computing, 19(2) 2020, 1-2
11. Карымсакова И.Б., Денисова Н.Ф., Крак Ю.В. Усовершенствование методов построения систем создания имплантов с использованием современных производственных решений // Международная научная конференция «Интеллектуальные системы принятия решений и проблемы вычислительного интеллекта (ISDMCI'2017)». 22–26 мая 2017. Материалы международной научной конференции. – Запорожский порт. Украина. Херсон: Издательство ППВишемирский В.С., 2017. – С. 69-70.
12. Karymsakova I.B., KrakYu.V., Denissova N.F. Criteria for implants classification for coating implants using plasma spraying by robotic complex // Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications. – 2017. – Volume 5, Issue 3. – P. 44-52.
13. Решение математических задач в системе компьютерной математики в пакете Matlab. 04.11.2022. . URL: <https://sites.google.com/site/vpaketematlab/3-realizacia-cislennyh-metodov/03-3-realizacia-splajnov-v-matlab>
14. Сплайны. 04.11.2022. . URL: <https://ozlib.com/823878/informatika/splayny>
15. Эрмитовая многоинтервальная интерполяция MatLab. 04.11.2022. URL: <https://radiomaster.ru/cad/matlab/glava17/index36.php>

References

1. Popov E.P., Vereshchagin A.F., Zenkevich S.L. Manipulyacionnye roboty: dinamika i algoritmy. – М.: Nauka, 2018. – 400 s.
2. Krak Yu.V. Dynamics of Manipulation Robots: Numerical-Analytical Method of Formation and Investigation of Computational Complexity // Journal of Automation and Information Sciences. 2019. – Vol. 31. Issue 1-3. – Pp. 212-128.
3. Krak Yu.V. Method for construction of dynamics equations for manipulating robots in numerical-analytical form // Izvestiya Akademii Nauk. Teoriya i Sistemy Upravleniya. 1993. (1). – Pp. 137-141. ISSN: 00023388
4. Zav'yalov U.S., Kvasov B.I., Miroshnichenko V.L. Metody splajn- funkcij. М., Nauka, 1980
5. Kirichenko N.F., Soroka R.A., Krak YU.V. «Manipulyacionnye roboty. Algoritmicheskoe i programmoe obespechenie sredstv upravleniya dvizheniem», uchebnoe posobie, Kiev KGU, 1987
6. Interpolyaciya. 20.08.2020. URL: <https://refdb.ru/look/1629442-pall.html>
7. Zolotyh N.YU. Matlab v nauchnyh issledovaniyah. Nizhegorodsk, 2004
8. Metody interpolyacii v Matlab. 15.05.2020. URL: <http://geum.ru/next/art-295114.php>
9. Karymsakova I.B., KrakYu.V., Denissova N.F. Criteria for implants classification for coating implants using plasma spraying by robotic complex // Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications. – 2017. – Volume 5, Issue 3. – P.44-52.

10. Karymsakova I.B., Denisova N.F., Kumargazhanova S.K., Kraklu. V. Robotic plasma spraying system for implants of complex structure: methods and solutions, *International Journal of Computing*, 19(2) 2020, 1-2
 11. Karymsakova I.B., Denisova N.F., Krak YU.V. Usovershenstvovanie metodov postroeniya sistem sozdaniya implantov s ispol'zovaniem sovremennyh proizvodstvennyh reshenij // *Mezhdunarodnaya nauchnaya konferenciya «Intellektual'nye sistemy prinyatiya reshenij i problemy vychislitel'nogo intellekta (ISDMCI'2017)»*. 22–26 maya 2017. Materialy mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii. – Zaliznyj port. Ukraina. Herson: Izdatel'stvo PPVishemirs'kij V.S., 2017. – S. 69-70.
 12. Karymsakova I.B., KrakYu.V., Denisova N.F. Criteria for implants classification for coating implants using plasma spraying by robotic complex // *Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications*. – 2017. – Volume 5, Issue 3. – P.44-52.
 13. Reshenie matematicheskikh zadach v sisteme komp'yuternoj matematiki v pakete Matlab. 04.11.2022. . URL: <https://sites.google.com/site/vpaketematlab/3-realizacia-cislennyh-metodov/03-3-realizacia-splajnov-v-matlab>
 14. Splajny. 04.11.2022. . URL:<https://ozlib.com/823878/informatika/splajny>
 15. Ermitovaya mnogointerval'naya interpol'yaciya MatLab. 04.11.2022. URL: <https://radiomaster.ru/cad/matlab/glava17/index36.php>
-
-